

INTRODUCCIÓN A

LA EXPLORACIÓN ESPACIAL

Y SU UTILIZACIÓN

II edición

Navegación espacial

Gonzalo Barderas Manchado
Facultad de Matemáticas



Contenidos

- **Introducción**
 - Introducción a la dinámica orbital
 - Problema de los dos cuerpos
 - Movimiento perturbado y algunos ejemplos
 - Fases principales navegación espacial
- **Carrera espacial**
 - Contexto histórico inicial
 - Primeros viajes a la Luna
 - Misiones interplanetarias y Exploración del Sistema Solar
- **Determinación de órbitas. Constelaciones de satélites GNSS**



Introducción

En esta presentación introduciremos el tema de la navegación espacial través de la historia desde la carrera espacial y las primeras misiones lunares a la exploración del exterior del Sistema Solar pasando por las constelaciones de satélites terrestres.

Concepto

La navegación espacial es el conjunto de técnicas, tecnologías y principios matemáticos utilizados para determinar y controlar la posición, actitud (orientación) y trayectoria de una nave espacial. Se basa en principios físicos fundamentales, como la mecánica orbital, y utiliza herramientas avanzadas para calcular trayectorias óptimas y realizar correcciones en tiempo real.

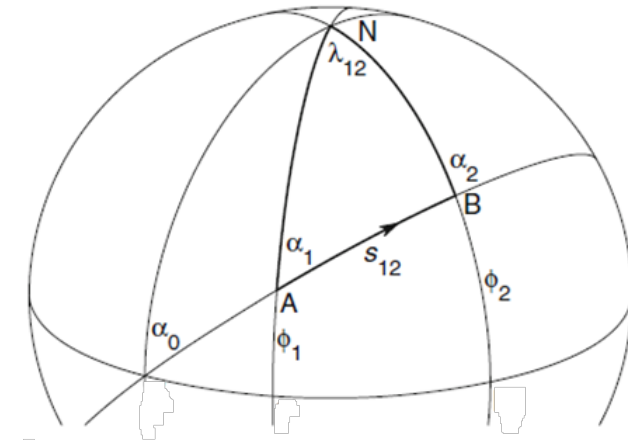


Introducción

Entorno operacional: Navegación *Tradicional* (Terrestre, Marítima y Aérea)

En general en la Tierra buscaríamos encontrar el mejor camino que una dos puntos, de partida A y de llegada B, sobre la superficie terrestre.

Se buscaría entre otros obtener la distancia a recorrer entre los dos puntos y el rumbo durante la trayectoria. En geodesia y navegación este problema se conoce como problema geodésico inverso, que permite calcular azimut inicial/final y la distancia sobre la geodésica (distancia más corta entre los dos puntos)



Charles F. F. Karney: *Algorithms for geodesics*

Recomendable también: Miguel J. Sevilla de Lerma
[Sobre un método de cálculo para la resolución de los problemas geodésicos directo e inverso](#)



Introducción

Entorno operacional: Navegación *Tradicional* (Terrestre, Marítima y Aérea)

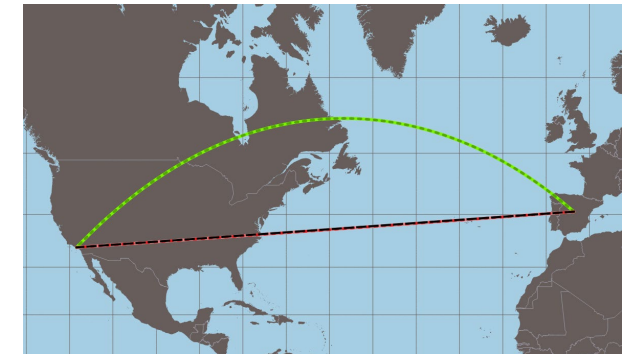
En general en la Tierra buscaríamos encontrar el mejor camino que una dos puntos, de partida A y de llegada B, sobre la superficie terrestre.

Se buscaría entre otros obtener la distancia a recorrer entre los dos puntos y el rumbo a durante la trayectoria. En geodesia y navegación este problema se conoce como problema geodésico inverso, que permite calcular azimuth inicial/final y la distancia sobre la geodésica (distancia más corta entre los dos puntos)

Para recorrer esta geodésica, se calcula el azimuth inicial (dirección relativa al norte o sur verdaderos) y la distancia total a cubrir.

Navegación Terrestre y Marítima:

- Puede materializarse a partir de referencias visuales (faros, estrellas, boyas) o instrumentos como brújulas magnéticas y sextantes para mantener y actualizar el rumbo.
- Tradicionalmente, se trazaba su curso en cartas náuticas, ajustando posición y rumbo en base a observaciones visuales y mediciones.
- Actualmente, las mediciones GPS permiten obtener la posición en tiempo real, eliminando la incertidumbre.



Crédito: blog-geographica.com

Línea roja loxodroma (rumo constante)

Línea verde: geodésica (camino más corto)



Introducción

Entorno operacional: Navegación *Tradicional* (Terrestre, Marítima y Aérea)

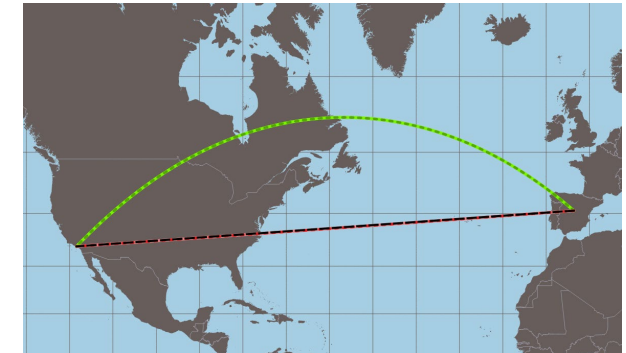
En general en la Tierra buscaríamos encontrar el mejor camino que una dos puntos, de partida A y de llegada B, sobre la superficie terrestre.

Se buscaría entre otros obtener la distancia a recorrer entre los dos puntos y el rumbo durante la trayectoria. En geodesia y navegación este problema se conoce como problema geodésico inverso, que permite calcular azimuth inicial/final y la distancia sobre la geodésica (distancia más corta entre los dos puntos)

Para recorrer esta geodésica, se calcula el azimuth inicial (dirección relativa al norte o sur verdaderos) y la distancia total a cubrir.

Navegación Aérea:

- Las aerolíneas también siguen trayectorias geodésicas, ajustando la geodésica teórica a las condiciones atmosféricas, como corrientes de aire (jet streams) y la altitud.
- Además de puntos de referencia visuales terrestres, se emplean preferentemente giróscopos, brújulas giroscópicas y sistemas de navegación inercial para determinar y mantener el rumbo.
- Las balizas terrestres (VOR) y las señales GPS permiten ajustes dinámicos.



Crédito: blog-geographica.com

Línea roja loxodroma (rumo constante)

Línea verde: geodésica (camino más corto)



Introducción

Entorno operacional: Navegación Espacial

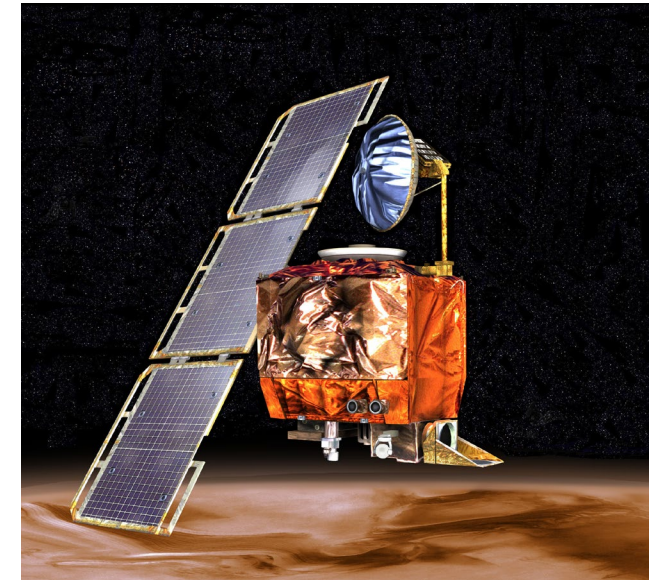
En general en la Tierra buscaríamos encontrar el mejor camino que una dos puntos, de partida A y de llegada B, sobre la superficie terrestre.

Se buscaría entre otros obtener la distancia a recorrer entre los dos puntos y el rumbo durante la trayectoria. En geodesia y navegación este problema se conoce como problema geodésico inverso, que permite calcular azimut inicial/final y la distancia sobre la geodésica (distancia más corta entre los dos puntos)

Para recorrer esta geodésica, se calcula el azimut inicial (dirección relativa al norte o sur verdaderos) y la distancia total a cubrir.

Navegación Espacial:

- La navegación espacial se apoya en sistemas como el control inercial, mediciones Doppler, sistemas de radiofrecuencia, y observación astronómica para corregir trayectorias.
- GPS disponible sólo para *near-Earth-orbits*
- Equivalente a las geodésicas serían las trayectorias interplanetarias de mínima energía para optimizar el consumo de combustible (en términos de maniobras impulsivas).
- Deben determinarse de forma precisa las **órbitas, trayectorias, maniobras y tiempos de vuelo**. Pequeños errores pueden resultar en desviaciones de miles de kilómetros.



Mars Climate Orbiter. Crédito: NASA/JPL/Corby

Comunicación perdida con la sonda en la fase de inserción orbital por una trayectoria hiperbólica de entrada excesivamente cercana al planeta. La investigación reveló un fallo debido a la discrepancia entre sistemas de medición empleados por la NASA (métrico, SI) y el constructor Lockheed Martins (sistema US). La sonda se estrelló o perdió en órbita heliocéntrica



Introducción

Entorno operacional: Navegación Espacial

Retos Únicos en la Navegación Espacial

- Todas las maniobras requieren propulsión activa.
- El movimiento está dominado por fuerzas gravitacionales,
- Restantes fuerzas *perturbadoras* deben modelarse y calcularse para cálculos orbitales precisos y determinación de órbitas
- Las ventanas de lanzamiento, tiempos de vuelo y trayectorias deben calcularse con precisión para minimizar el consumo de energía en trayectorias interplanetarias

Toda nave espacial siempre está orbitando algo. En la plataforma de lanzamiento, está orbitando el Sol junto con la Tierra. Una nave espacial en camino a un planeta distante sigue su propia órbita alrededor del Sol. Las naves espaciales que han aterrizado en un planeta u otro cuerpo todavía están orbitando el Sol. Algunas naves espaciales están orbitando planetas u otros cuerpos, mientras que esos cuerpos mismos están orbitando el Sol. Algunas pocas naves espaciales han alcanzado suficiente velocidad que nunca regresarán al Sol — sus trayectorias son hiperbólicas con respecto al Sol — y por lo tanto están orbitando el centro de nuestra galaxia, al igual que el propio Sol.



Introducción

Las Tres Partes de la Navegación

1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

Toda nave espacial siempre está orbitando algo. En la plataforma de lanzamiento, está orbitando el Sol junto con la Tierra. Una nave espacial en camino a un planeta distante sigue su propia órbita alrededor del Sol. Las naves espaciales que han aterrizado en un planeta u otro cuerpo todavía están orbitando el Sol. Algunas naves espaciales están orbitando planetas u otros cuerpos, mientras que esos cuerpos mismos están orbitando el Sol. Algunas pocas naves espaciales han alcanzado suficiente velocidad que nunca regresarán al Sol — sus trayectorias son hiperbólicas con respecto al Sol — y por lo tanto están orbitando el centro de nuestra galaxia, al igual que el propio Sol.

Introducción

Las Tres Partes de la Navegación

1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

Aparte: Historia



Créditos: en.wikipedia.org/wiki/Apollo_11#/



Créditos: Replica of Sputnik 1 in the Museum of Space and Missile Technology
en.wikipedia.org/wiki/Sputnik_1



Créditos: nationalgeographic.es

Introducción

Entorno operacional: Navegación Espacial

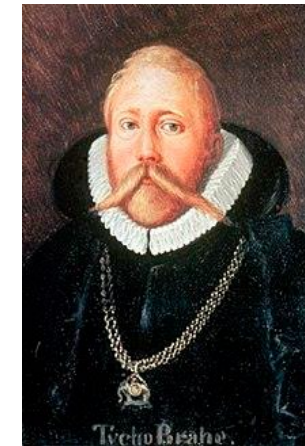
1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

Aparte: Historia

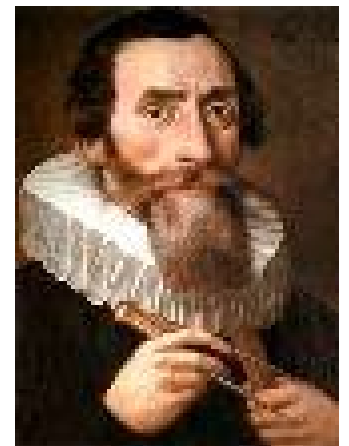
Tycho Brahe, matemático imperial de Rodolfo II fue un destacado astrónomo observacional que registró meticulosamente posiciones de los planetas, desde entre otros el observatorio de Uraniborg (Hven) financiado por Federico II de Dinamarca.

Johannes Kepler utilizó los datos observacionales de Brahe para ajustar curvas geométricas y explicar la posición de Marte (y de los planetas) a partir de las famosas leyes:

1. **Primera ley (Ley de las órbitas):** Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, con el Sol situado en uno de los focos de la elipse¹.
2. **Segunda ley (Ley de las áreas):** El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales. Esto significa que los planetas se mueven más rápido cuando están más cerca del Sol y más lento cuando están más lejos².
3. **Tercera ley (Ley de los períodos):** Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica. En otras palabras, cuanto más lejos está un planeta del Sol, más tiempo tarda en completar una órbita².



Brahe, 1546-1601
Créditos:



Kepler, 1571-1630

en.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler
en.wikipedia.org/wiki/Tycho_Brahe



Introducción

Entorno operacional: Navegación Espacial

1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

Aparte: Historia

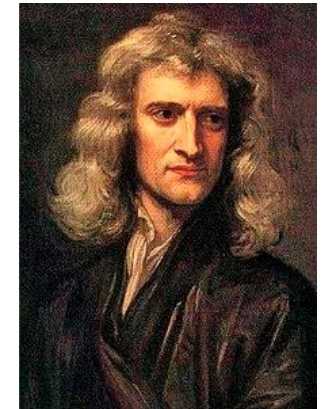
En el contexto de la mecánica orbital, la 2ª Ley de Newton y su Ley de la Gravitación Universal son de aplicación:

- **2ª Ley de Newton:** La suma de las fuerzas es igual a la masa por la aceleración.
- **Gravitación:** Cada partícula atrae a todas las demás partículas del universo con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros.

De ellas se deduce la ecuación diferencial del movimiento para órbitas no perturbadas y se comprueban las Leyes de Kepler.

$$\vec{F} = m\vec{\ddot{r}}$$

$$\vec{F} = -\frac{GM_S m}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



Newton, 1643 (42) 1727

Créditos: en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

Dinámica orbital

Ecuación del movimiento relativo

Movimiento relativo a uno de los cuerpos

$$\mathbf{r} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0,$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{1}{m_1} \mathbf{F}_{10} - \frac{1}{m_0} \mathbf{F}_{01} = \frac{m_0 + m_1}{m_0 m_1} \mathbf{F}_{10}.$$

Si sólo existe la interacción gravitatoria, las fuerzas entre $m_1=M$ y $m_2=m$ son

$$\mathbf{F}_{mM} = -G \frac{Mm}{r^3} \mathbf{r}; \quad \mathbf{F}_{Mm} = -\mathbf{F}_{mM} = G \frac{mM}{r^3} \mathbf{r}$$

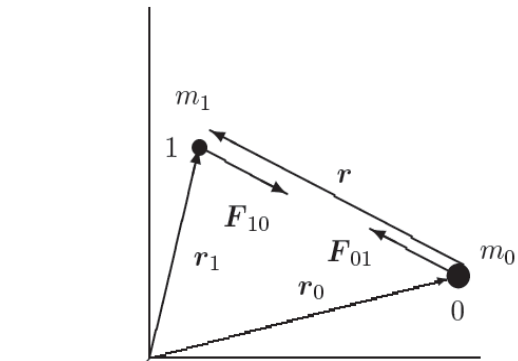
y la ecuación del movimiento relativo resulta

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{M + m}{mM} \left(-G \frac{Mm}{r^3} \mathbf{r} \right) = -G \frac{M + m}{r^3} \mathbf{r}.$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\mu = GM_S$$

Constante	Valor numérico	Referencia
G	$6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ (SI)	(IERS Conventions, 2003; Chapter 1)
μ_{Sol}	$1.3271275 \times 10^{20} \text{ k m}^3 \text{ s}^{-2}$ (SI)	(IERS Conventions, 2003; Chapter 1)
μ_{Tierra}	$3.98600441 \times 10^{14} \text{ k m}^3 \text{ s}^{-2}$ (SI)	(IERS Conventions, 2003; Chapter 1)



referencia inercial I

$$m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{F}_{10};$$

$$m_0 \ddot{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{F}_{01} = -\mathbf{F}_{10}$$

Dinámica orbital

Ecuación básica de la dinámica para el problema de los dos cuerpos

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

La solución analítica de un modelo de fuerza central es una órbita Kepleriana (**elíptica**, parabólica o hiperbólica)
Mediante operaciones sencillas puede integrarse la ecuación simplificada

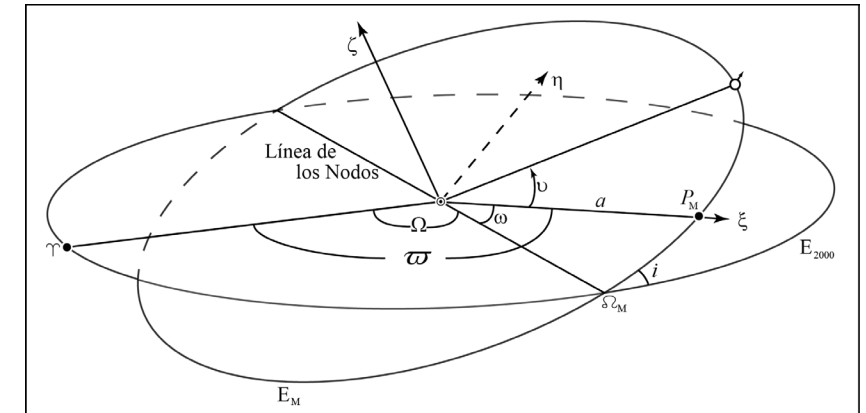
$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r^3} \vec{h} \times \vec{r} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \Rightarrow \dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}$$

con \vec{C} constante, de donde

$$h^2 = \vec{r} \cdot (\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \vec{r} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}\right) = \mu r + rC \cos v$$

y reordenando términos así la ecuación $r = \frac{h^2/\mu}{1 + (C/\mu)\cos v}$, equivalente a una sección cónica de parámetro p

$$r = \frac{p}{1 + (e)\cos v}$$



Elementos orbitales o keplerianos

a semieje mayor

e excentricidad

v anomalía verdadera

ω argumento del perigeo

Ω ascensión recta del nodo

i inclinación

$$r = \frac{p}{1 + (e)\cos v} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

Circular

Elíptica

Parabólica

Hiperbólica

e=0

0<e<1

e=1

e>1

Dinámica orbital

Ecuación básica de la dinámica para el problema de los dos cuerpos

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3} \vec{r}$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

La solución analítica de un modelo de fuerza central es una órbita Kepleriana (elíptica, **parabólica** o hiperbólica)
Mediante operaciones sencillas puede integrarse la ecuación simplificada

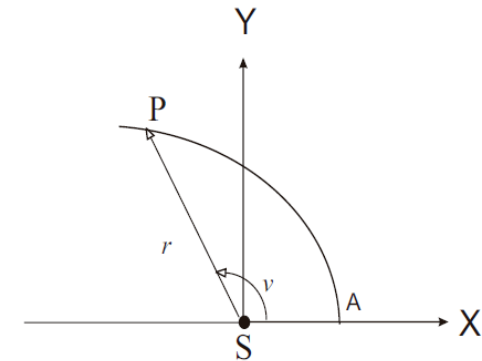
$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r^3} \vec{h} \times \vec{r} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \Rightarrow \dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}$$

con \vec{C} constante, de donde

$$h^2 = \vec{r} \cdot (\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \vec{r} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r} + \vec{C} \right) = \mu r + rC \cos v$$

y reordenando términos así la ecuación $r = \frac{h^2/\mu}{1 + (C/\mu) \cos v}$, equivalente a una sección cónica de parámetro p

$$r = \frac{p}{1 + (e) \cos v}$$



Elementos orbitales

$q=p/2$ distancia de periastro

v anomalía verdadera

ω argumento del perigeo

Ω ascensión recta del nodo

i inclinación

$$r = \frac{2q}{1 + \cos v}$$

Circular

Elíptica

Parabólica

Hiperbólica

$e=0$

$0 < e < 1$

$e=1$

$e > 1$

Dinámica orbital

Ecuación básica de la dinámica para el problema de los dos cuerpos

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

La solución analítica de un modelo de fuerza central es una órbita Kepleriana (elíptica, parabólica o **hiperbólica**)
Mediante operaciones sencillas puede integrarse la ecuación simplificada

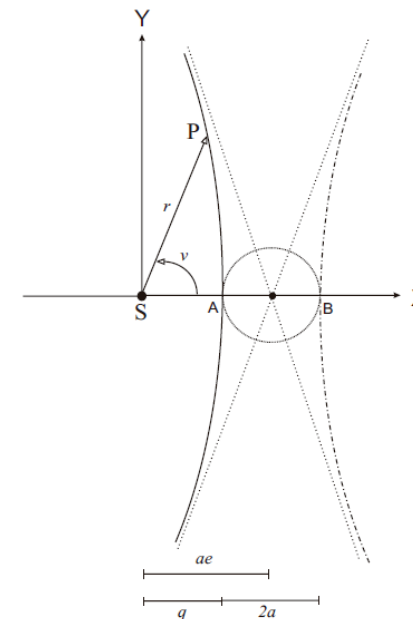
$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r^3} \vec{h} \times \vec{r} \Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \Rightarrow \dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}$$

con \vec{C} constante, de donde

$$h^2 = \vec{r} \cdot (\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \vec{r} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}\right) = \mu r + rC \cos v$$

y reordenando términos así la ecuación $r = \frac{h^2/\mu}{1 + (C/\mu)\cos v}$, equivalente a una sección cónica de parámetro p

$$r = \frac{p}{1 + (e)\cos v}$$



Elementos orbitales

- a semieje mayor
- e excentricidad
- v anomalía verdadera
- ω argumento del perigeo
- Ω ascensión recta del nodo
- i inclinación

Circular

Elíptica

Parabólica

Hiperbólica

$e=0$

$0 < e < 1$

$e=1$

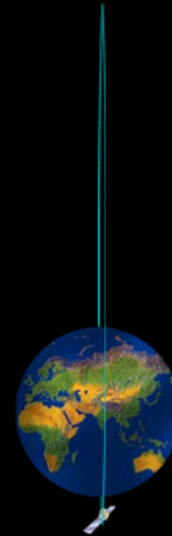
$e > 1$

Clasificación de los satélites

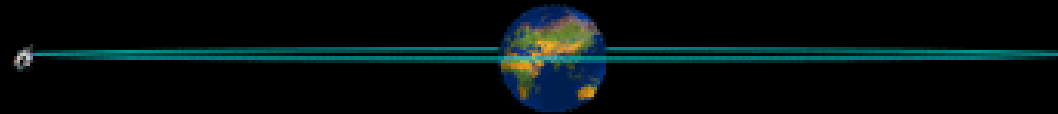
Tipos de órbita elíptica $e < 1$



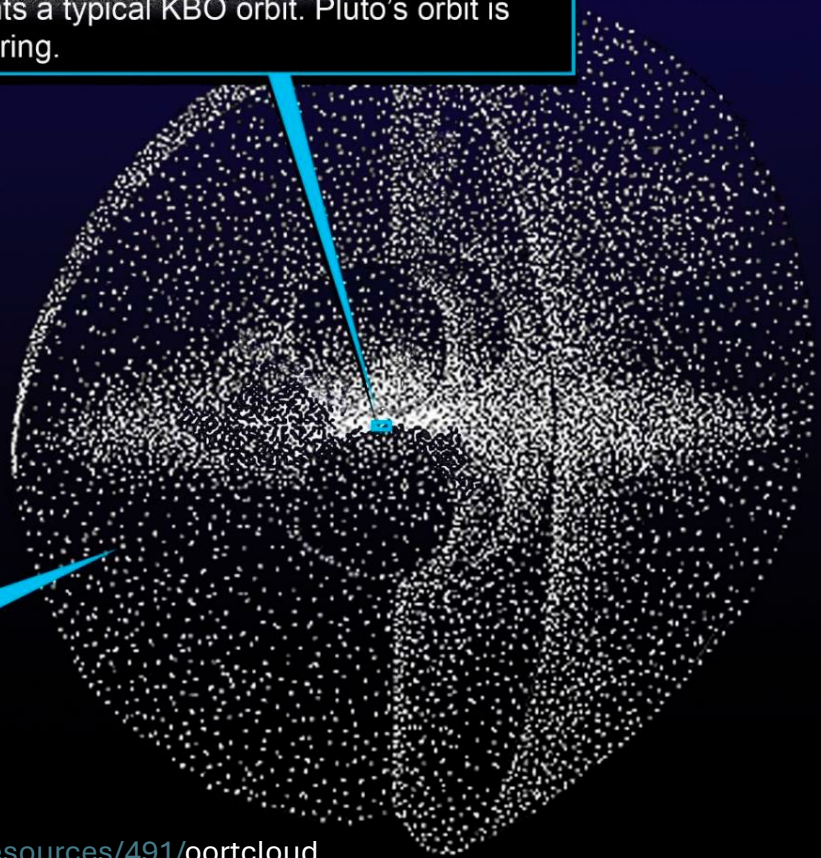
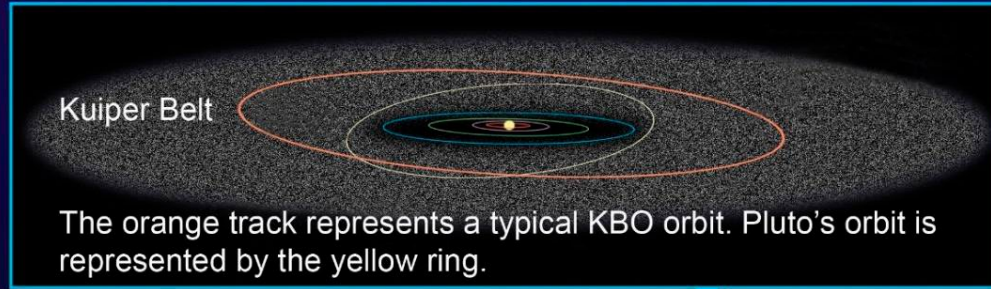
Órbita circular-baja
(Estación Espacial Internacional-EEI)



Órbita Elíptica
(Satélites de navegación)



Órbita Geoestacionaria -circular-
(Satélites de comunicaciones y Meteorológicos)



Oort Cloud

Long-period comets

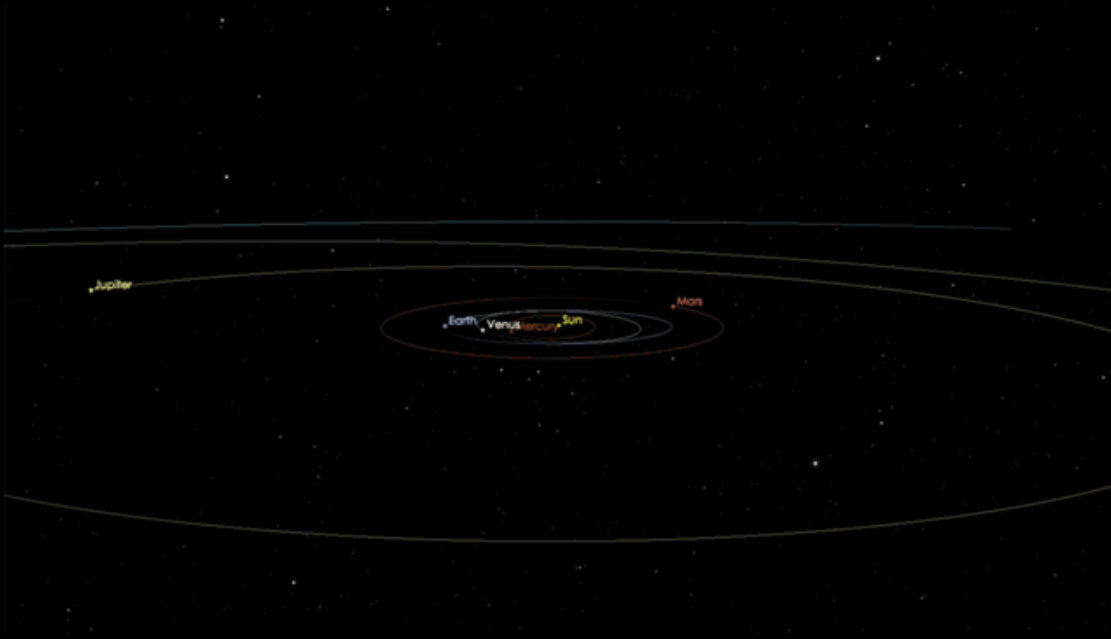
“Within observational uncertainty, long term comets all seem to have parabolic orbits. That suggests they are not truly interstellar, but are loosely attached to the Sun. They are generally classified as belonging the *Oortcloud* on the fringes of the solar system, at distances estimated at 100,000 AU.”

Fuente: pwg.gsfc.nasa.gov/stargaze/Scometes.htm

Tipo de órbita hiperbólica $e > 1$

'Oumuamua

Para objetos que atraviesan el Sistema Solar, una órbita hiperbólica sugiere un origen interestelar. Un ejemplo es el asteroide Oumuamua, descubierto en 2017, primer objeto conocido de este tipo ($e =$



Trayectorias de salida terrestre → trayectorias interplanetarias

<https://www.nasa.gov/feature/jpl/small-asteroid-or-comet-visits-from-beyond-the-solar-system>

Perturbaciones

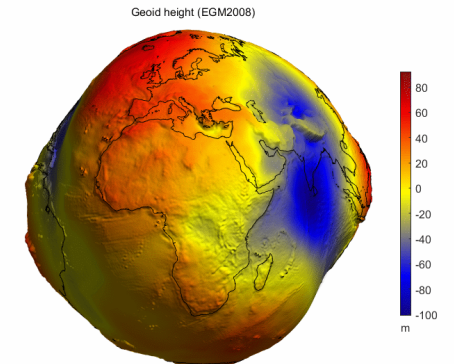
La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

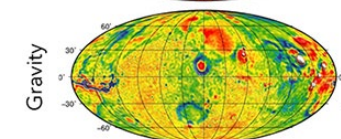
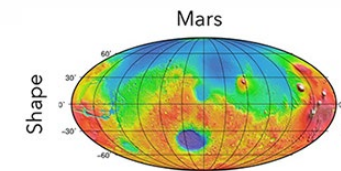
con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

Aceleraciones originadas por diversas fuerzas Satélites GPS	
Aceleración por:	ms ⁻²
Fuerza central	0.56
aplanamiento (J₂)	5x10⁻⁵
Resto de armónicos	3x10⁻⁷
Atracción lunar	5x10 ⁻⁶
Atracción solar	2x10 ⁻⁶
Atracción planetaria	3x10 ⁻¹⁰
Mareas terrestres	2x10 ⁻⁹
Mareas oceánicas	5x10 ⁻¹⁰
Presión de radiación solar	1x10 ⁻⁷
Fricción atmosférica	4x10 ⁻¹⁰
Relatividad general	3x10 ⁻¹⁰

Parameter	Secular	Long period	Short period
a	No	No	Yes
e	No	Yes	Yes
i	No	Yes	Yes
Ω	Yes	Yes	Yes
ω	Yes	Yes	Yes
M	Yes	Yes	Yes



Alturas geoidales: fuente propia



Mazarico & Barker; Planetary Geodesy
<https://pgda.gsfc.nasa.gov/>

Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

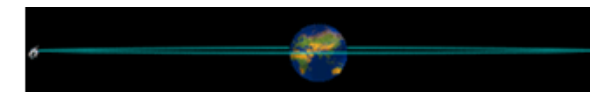
Determinar el potencial perturbador R correspondiente a cada fuerza que afecta al movimiento kepleriano del satélite.

$$\left(\frac{\partial R}{\partial a}, \frac{\partial R}{\partial e}, \frac{\partial R}{\partial i}, \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \frac{\partial R}{\partial \omega}, \frac{\partial R}{\partial M} \right)$$

$$\left\{ \frac{da}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{di}{dt}, \frac{d\Omega}{dt}, \frac{d\omega}{dt}, \frac{dM}{dt} \right\}$$

Ecuaciones
de Lagrange

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{dM}{dt} &= n - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} \end{aligned}$$



Satélite geostacionario: permanece en una longitud fija con respecto a un punto de la superficie terrestre

$$P = 24h \Rightarrow a_s = 42164.2 \text{ km } i = 0^\circ \text{ (ecuatorial) } e=0 \text{ (circular)}$$

- Ideado por Herman Potočnik (1928, satélite geosíncrono), y popularizado por A. C. Clarke para satélites de comunicaciones (1945).
- Primer diseño H. Rosen (1959) para globalizar telecomunicaciones. El primer satélite (Syncom 3, 1964) transmitió los JJOO de Japón a EEUU en directo.
- Uso principal **comunicaciones** (Intelsat, Telesat, Hispasat, Hispamar...) **meteorología** (Meteosat...) y **sistemas de aumentación** (EGNOS, WAAS, ...).

Un satélite de telecomunicaciones geostacionario cubre ~40 % de la superficie terrestre, sin embargo, las perturbaciones orbitales causan deriva lenta pero constante alejándolo de su localización geostacionaria.

Integración numérica: RK, Adams-Moulton,...

Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

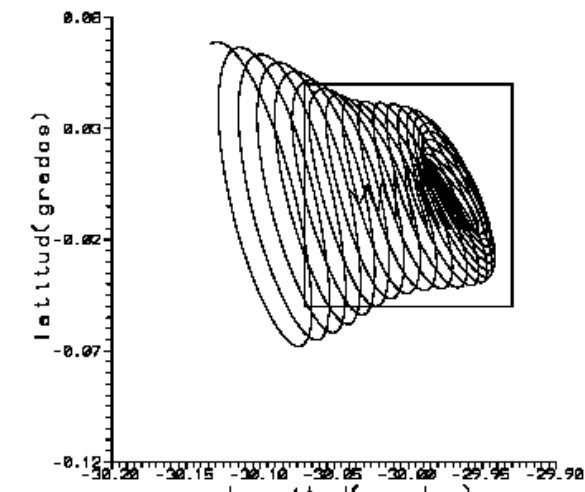
Determinar el potencial perturbador R correspondiente a cada fuerza que afecta al movimiento kepleriano del satélite.

$$\left(\frac{\partial R}{\partial a}, \frac{\partial R}{\partial e}, \frac{\partial R}{\partial i}, \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \frac{\partial R}{\partial \omega}, \frac{\partial R}{\partial M} \right)$$

$$\left\{ \frac{da}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{di}{dt}, \frac{d\Omega}{dt}, \frac{d\omega}{dt}, \frac{dM}{dt} \right\}$$

Ecuaciones de Lagrange

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \\ \frac{dM}{dt} &= n - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} \end{aligned}$$



Evolución natural durante un mes de un satélite geostacionario, $\lambda_E = 30^\circ W$.

Integración numérica: RK, Adams-Moulton,...

Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

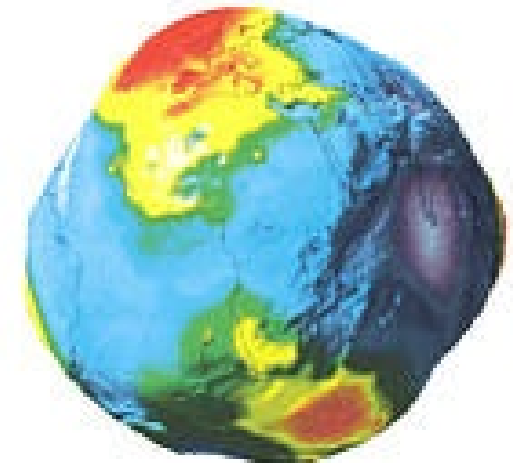
Potential perturbador gravitatorio

$$R = \frac{Gm_{\oplus}}{r} \left\{ -\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_t}{r} \right)^n (J_{nm} R_{nm}(\vartheta, \lambda) + K_{nm} S_{nm}(\vartheta, \lambda)) \right\}$$

Perturbaciones lineales:

En el primer paso de la integración se considera el efecto del $C_{20} = -J_2$

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 0, & \frac{d\omega}{dt} &= \frac{-3nJ_2 a_e^2}{4(1-e^2)^2 a^2} [1 - 5 \cos^2 i] \\ \frac{de}{dt} &= 0, & \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{-3nJ_2 a_e^2}{2(1-e^2)^2 a^2} \cos i \\ \frac{di}{dt} &= 0, & \frac{dM}{dt} &= n + \frac{3nJ_2 a^2}{4(1-e^2)^2 a^2} (3 \cos^2 i - 1) \end{aligned}$$



Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

Potential perturbador gravitatorio

$$R = \frac{Gm_{\oplus}}{r} \left\{ -\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_t}{r} \right)^n (J_{nm} R_{nm}(\vartheta, \lambda) + K_{nm} S_{nm}(\vartheta, \lambda)) \right\}$$

Perturbaciones lineales:

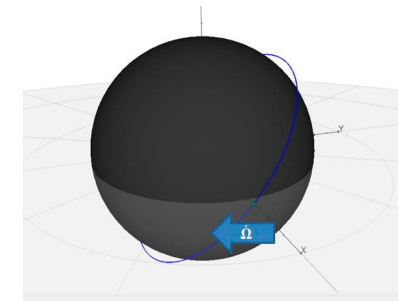
En el primer paso de la integración se considera el efecto del J_2

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{-3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2 a^2} \cos i$$

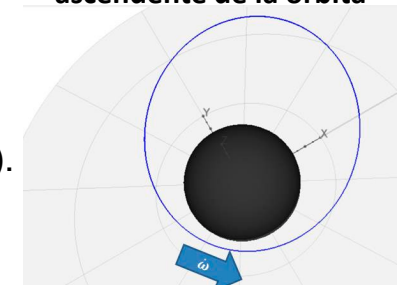
Precesión del Nodo Ascendente: retrogradación del nodo ascendente hacia el oeste (este) para órbitas donde $i < 90^\circ$ ($i > 90^\circ$ -órbitas retrógradas-).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{-3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2 a^2} [1 - 5\cos^2 i]$$

Precesión del Periapsis: El periapsis (es decir, el punto más bajo) se mueve en la dirección del satélite hasta $i \approx 63^\circ.4$; en dirección opuesta en órbita para inclinaciones superiores a este valor.



Precesión del nodo ascendente de la órbita



Precesión del periapsis de la órbita

Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

Ejemplos: **órbita heliosíncrona** y órbita Molnya

Órbitas heliosíncronas: aquellas que permiten observar el punto sub-satélite a la misma hora local. Mantienen las mismas condiciones de iluminación solar. Muy adecuadas para **satélites de observación terrestre (Landsat, Sentinel, ...)**.

El nodo ascendente de la órbita mantiene un desplazamiento angular constante desde el punto subsolar de la órbita, por lo que debe moverse a la misma velocidad del sol aparente alrededor de la esfera celeste.

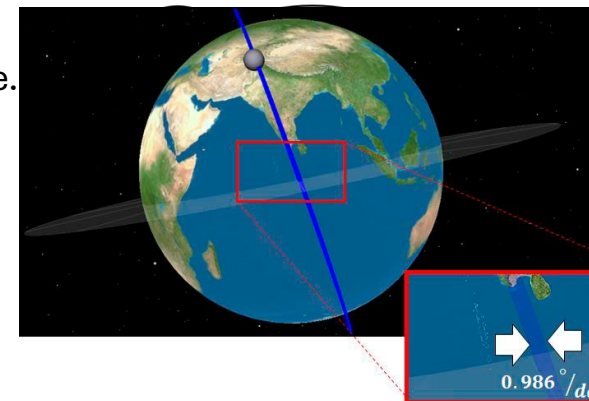
$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{-3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2 a^2} \cos i = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600 \cdot 365.2425} \rightarrow 2 \times 10^{-7} \text{ rad/s} \sim 0.986^\circ/\text{d} (\text{Este})$$

Órbitas retrógradas $-1 < \cos i < 0 \Rightarrow 90 < i < 180$, casi polares para $h < 1000$ km.

Para $e=0$

$$\frac{\cos i}{(1-e^2)^2} \left(\frac{a_e}{a}\right)^{\frac{7}{2}} = -0.0989 \Rightarrow \cos i = -0.0989 \cdot \left(\frac{a}{a_e}\right)^{\frac{7}{2}} \leq 1$$

$$\Rightarrow a < 12337$$



Crédito: Steven Rickman, NASA

Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

Ejemplos: órbita heliosíncrona y **órbita Molnya**

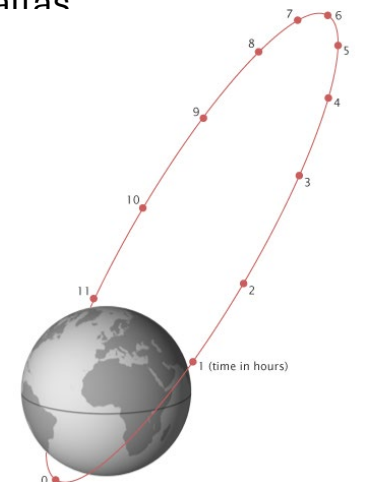
Órbita muy elíptica planificada para proporcionar comunicaciones y cobertura de detección remota en latitudes altas

Se ideó en la URSS a principios de la década de 1960, como contrapartida a los satélites de comunicaciones geoestacionarios, dada su deficiente cobertura en regiones polares. Tienen un perigeo muy bajo excentricidad alta, para maximizar su visibilidad en latitudes altas.

Para evitar que la perturbación gravitatoria desplace el periapsis, la inclinación debe establecerse:

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{-3nJ_2a_e^2}{4(1-e^2)^2a^2} [1 - 5\cos^2 i] \Rightarrow i \approx 63^\circ.45$$

Primer lanzamiento el 4 de junio de 1964, lanzándose 94 satélites de la serie Molniya I y 53 de la serie Molniya 3 hasta 2004, 36 de ellos en órbita en 2023.



Perturbaciones

La fuerza central es la principal fuerza que actúa sobre los satélites, pero existen otras perturbaciones significativas.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

con M la masa del cuerpo central (se asume $M \gg m$).

PERTURBACIONES ORBITALES

Ejemplos: órbita heliosíncrona y **órbita Molnya**

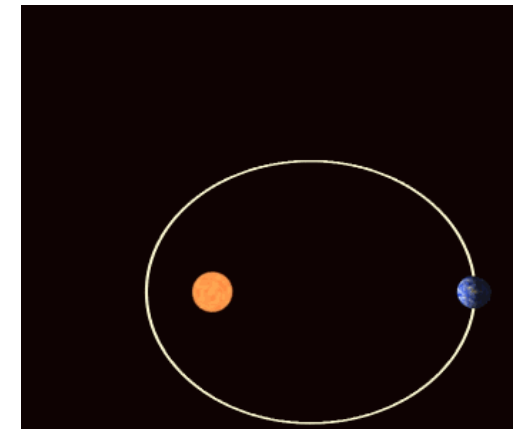
Órbita muy elíptica planificada para proporcionar comunicaciones y cobertura de detección remota en latitudes altas.

Se ideó en la URSS a principios de la década de 1960, como contrapartida a los satélites de comunicaciones geoestacionarios, dada su deficiente cobertura en regiones polares. Tienen un perigeo muy bajo excentricidad alta, para maximizar su visibilidad en latitudes altas.

Para evitar que la perturbación gravitatoria desplace el periapsis, la inclinación debe establecerse:

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{-3nJ_2 a_e^2}{4(1-e^2)^2 a^2} [1 - 5 \cos^2 i] \Rightarrow i \approx 63^\circ.45$$

Primer lanzamiento el 4 de junio de 1964, lanzándose 94 satélites de la serie Molniya I y 53 de la serie Molniya 3 hasta 2004, 36 de ellos en órbita en 2023.



Dinámica orbital

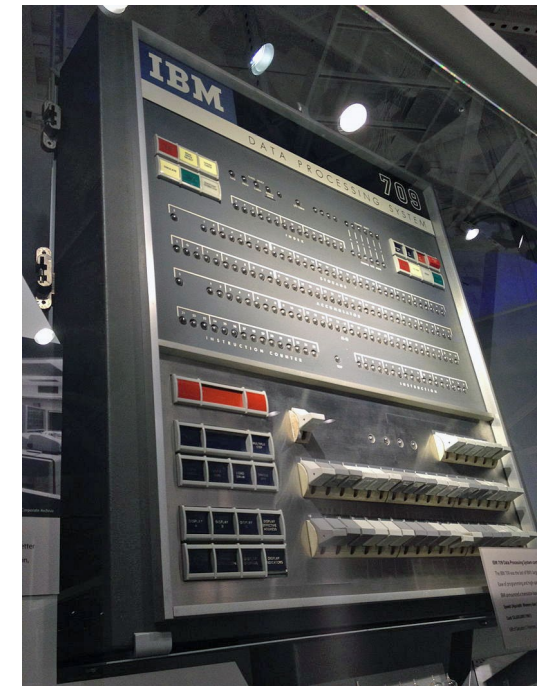
Recapitulación. Algunos fundamentos matemáticos:

- Problema de los 2 cuerpos: $\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$

- Perturbaciones orbitales
 - Ecuaciones de Lagrange
 - Integración numérica

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + \vec{F} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} + a(t, r, \dot{r}, p_0, p_1, p_2, \dots)$$

- Otros: ecuación del cohete (Tsiolkovski), ... : $\Delta V = v_{eg} \log \frac{m_0}{m_1}$



IBM 709, museo de historia de la computación
Crédito: https://en.wikipedia.org/wiki/IBM_709

- Programa de Ensamblaje FORTRAN, introducido para el IBM 709.



Inicio Era Espacial 1957

Entorno operacional: Navegación Espacial

1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

La Carrera Espacial y Contexto Histórico

- Finalización segunda Guerra Mundial (1 de septiembre de 1939-2 de septiembre de 1945)
- Conferencia de Postdam, acuerdo entre las potencias aliadas (Estados Unidos, la Unión Soviética y Gran Bretaña) para el fin de la Guerra: división de Alemania, división de Vietnam, reconocimiento de un gobierno respaldado por la URSS ...
- Desarrollo y lanzamiento de las bombas nucleares (6 y el 9 de agosto de 1945) de Hiroshima y Nagasaki,
- "*First Lightening*" en 1949, prueba del primer dispositivo nuclear de la U.R.S.S.
- En este contexto histórico se inicia la llamada *Guerra Fría* (1947–1991), enfrentamiento ideológico, político y militar entre el capitalismo *Occidental* y el comunismo *Oriental*.
- Ambas superpotencias, Estados Unidos y Unión Soviética, buscan demostrar la superioridad de sus sistemas también en el avance tecnológico y científico.



Fotomontaje toma de Berlín, Yevgueni Jaldéi 1945
lavanguardia.com/magazine/experiencias/una-foto-iconica.html



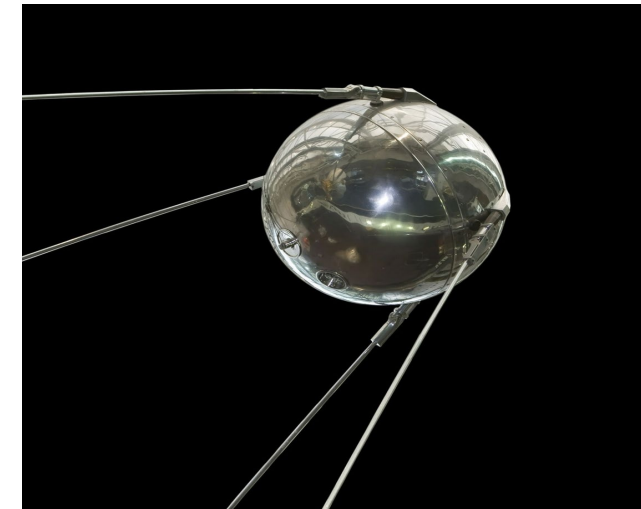
Inicio Era Espacial 1957

Entorno operacional: Navegación Espacial

1. **Diseño de misión:** planificación y obtención de la trayectoria de referencia que ha de seguir la nave espacial
2. **Determinación de órbitas:** monitorización de la posición real y obtención de la órbita actual de la nave espacial mientras la misión está en vuelo
3. **Control** de la trayectoria de vuelo: diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia

La Carrera Espacial y Contexto Histórico

- M. Tikhonravov, 1947 plantea la idea de poner un satélite en órbita mediante un misil balístico R-2 modificado que constara de varias etapas.
- Sergei Koroliov (17 de diciembre de 1954), científico jefe de cohetes soviético, propone un plan de desarrollo de un satélite artificial al Ministro de la Industria de Defensa, Dimitri Ustinov.
- Dwight D. Eisenhower 29 de julio de 1955 anunció a través de su secretario de prensa que, durante el Año Geofísico Internacional (AIG), Estados Unidos lanzaría un satélite artificial.
- Cuatro días después Leonid Sedov, físico soviético, anuncia un lanzarían un satélite artificial, aprobado por el Politburó del Partido Comunista el 8 de agosto.
- **El primer lanzamiento de prueba del "Objeto D" estaba previsto para 1957.**
- **Ante los retrasos se reprograma su lanzamiento para 1958 y**
- **Se aprueba la creación y lanzamiento de un satélite ligero equipado con un único transistor para 1957: el Sputnik I**



Sputnik I, el primer satélite. Fotografía de [Mark Thiessen](#), Nat Geo Image Collection
Origen: nationalgeographic.es/historia/que-fue-la-guerra-fria

Inicio Era Espacial 1957

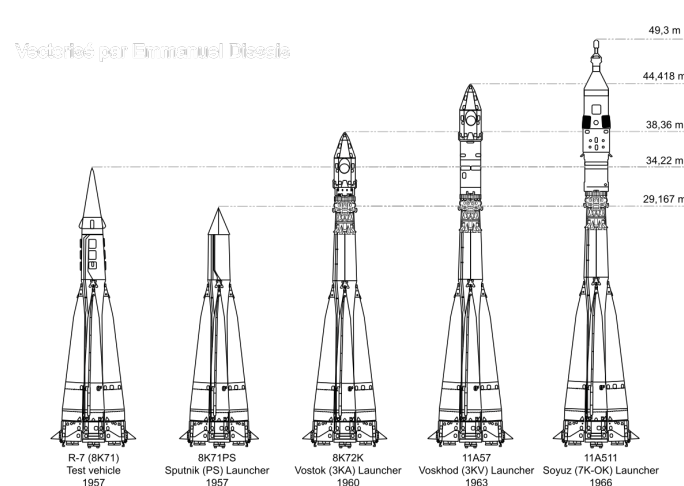
El Éxito del *Sputnik 1* y sus consecuencias

- Lanzamiento **4 de octubre de 1957**. Esfera de 29 cm de radio y masa de ~83 kg
- $a= 6955.2$ km, $e= 0.05201$, $i= 65^\circ.1$, $T=96.2$ min
- Predicciones de trayectoria y altitud. Cálculos precisos de su órbita mediante aplicación de principios de dinámica ...
- **Progreso Matemático y Computacional** cruciales para el análisis de misión
 - Simulaciones con ordenadores de la serie BESM, cálculos que habrían sido imposibles manualmente.
- Innovaciones:
 - Telemetría: Datos en tiempo real de temperatura, presión y posición.
 - Señales de radio (20,007 y 40,002 MHz): se emplearon para estudiar la ionosfera.
 - Se incineró en su reentrada en la atmósfera el 4 de enero de 1958



BESM-6 o "Gran Máquina de Computación Electrónica" en el Museo de Ciencias de Londres.

Imagen: es.wikipedia.org/wiki/BESM



Familia ICBM R-7.

Crédito: es.wikipedia.org/wiki/R-7_Semiorka



Inicio Era Espacial 1957

El Éxito del *Sputnik 1* y sus consecuencias

- Lanzamiento **4 de octubre de 1957**. Esfera de 29 cm de radio y masa de ~83 kg
- $a= 6955.2$ km, $e= 0.05201$, $i= 65^\circ.1$, $T=96.2$ min
- Predicciones de trayectoria y altitud. Cálculos precisos de su órbita mediante aplicación de principios de dinámica ...
- **Progreso Matemático y Computacional** cruciales para el análisis de misión
 - Simulaciones con ordenadores de la serie BESM, cálculos que habrían sido imposibles manualmente.
- Innovaciones:
 - Telemetría: Datos en tiempo real de temperatura, presión y posición.
 - Señales de radio (20,007 y 40,002 MHz): se emplearon para estudiar la ionosfera.
 - Rastreado por operadores de radioaficionados de muchos países
 - Se incineró en su reentrada en la atmósfera el 4 de enero de 1958
- Información científica relativa a la densidad electrónica de las capas altas de la atmósfera y la propagación de ondas de radio en la ionosfera

- **Lanzamiento del Sputnik 2 el 3 de noviembre de 1957**, con la **perra Laika** a bordo, demostrando la posibilidad **de sobrevivir a la microgravedad y**
- Murió horas después del lanzamiento por sobrecalentamiento, probablemente fue ocasionado por un fallo del sustentador de la central R-7. La URSS envió ocho perros más al espacio, 6 regresaron con vida a la Tierra.



Perra Laika:

Crédito. es.wikipedia.org/wiki/Laika

Inicio Era Espacial 1957

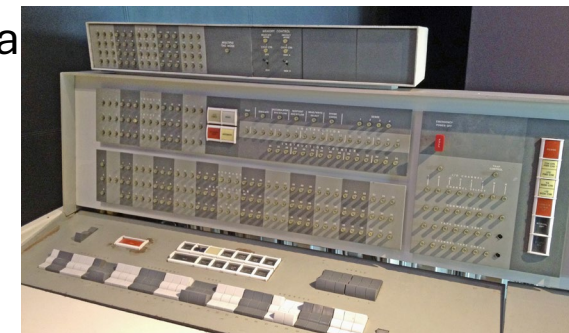
Consecuencias. Del Explorer I a la creación de la NASA

- El programa de satélites terrestres de EEUU comenzó en 1954,
- Inicialmente se pensó en un lanzador pensado expresamente para lanzamientos civiles
- Finalmente se modificó un misil Redstone tras el lanzamiento del Sputnik.
- ABMA y JPL completaron la construcción del Explorer 1 y la modificación del Jupiter-C en ochenta y cuatro días (lanzador Juno de 4 etapas).
- **El Explorer I**, lanzado el **31 de enero de 1958** desde Cabo Cañaveral supuso el primer satélite estadounidense puesto en órbita. $\{a=7832.2 \text{ km}, e=0,1398495267, i=33^\circ.24, P=114.8 \text{ min}, \Omega=334^\circ.62; \omega=311^\circ.53\}$.
- **Se funda la NASA el 29 de julio 1958.**
- John Kennedy es elegido presidente en 1959. Programa entre otros orientado a acabar inferioridad de los misiles estadounidenses y llegada a la Luna
- Empleo de primeros ordenadores IBM de transistores para simulaciones del análisis de misión
- Entre otras consecuencias:
 - Desarrollo de los paneles solares en sustitución de las baterías de vida corta,
 - Creación de Darpanet, una red de comunicaciones capaz de resistir un ataque nuclear soviético - antecedente de Internet-.



Cohete Juno

Is.wikipedia.org/wiki/Juno_I



IBM 7090: basado en transistores, 6 veces más rápido que el 709. Empleado para simulaciones de cápsulas Mercury y Gemini
Imagen: es.wikipedia.org/wiki/IBM_7090

Inicio Era Espacial 1957

Primeros Viajes al Espacio: Los Pioneros

- La rivalidad estimuló el desarrollo de la tecnología de navegación, propulsión y comunicación espacial.
- Primeros viajes tripulados y primeros intentos de llegar a la Luna se realizaron poco tiempo después
- Estos hitos iniciales formaron la base tecnológica, fisiológica y política que condujo al mayor logro de la humanidad: poner a un ser humano en la Luna.

URSS (<i>Vostok 1</i>)	EEUU (<i>Freedom 7</i> del Programa Mercury)	URSS (<i>Vostok 6</i>)
Yuri Gagarin	Alan Shepard	Valentina Tereshkova
12 de abril de 1961	5 de mayo de 1961	16 de junio de 1963
Primer ser humano en el espacio	Primer americano en el espacio	Primera mujer en el espacio
108 minutos	16 minutos	3 días
1 revolución	Vuelo suborbital de apogeo $R_t+187\text{km}$	48 revoluciones
Consolidó la supremacía soviética inicial	Compromiso de EE. UU. con la exploración espacial, siguiendo el llamado de Kennedy para alcanzar la Luna	Símbolo de igualdad de género en la exploración espacial única mujer misión espacial en solitario



Yuri Gagarin en la Vostok 1, encyclopedia.mil.ru/enciclopedia/history/more.htm?id=11908182@cmsArticle



Alan Shepard en el Mercury 7
NASA Image of the Day Gallery page for May 5, 1961



Valentina Tereshkova
https://es.wikipedia.org/wiki/Valentina_Tereshkova

Inicio Era Espacial 1957

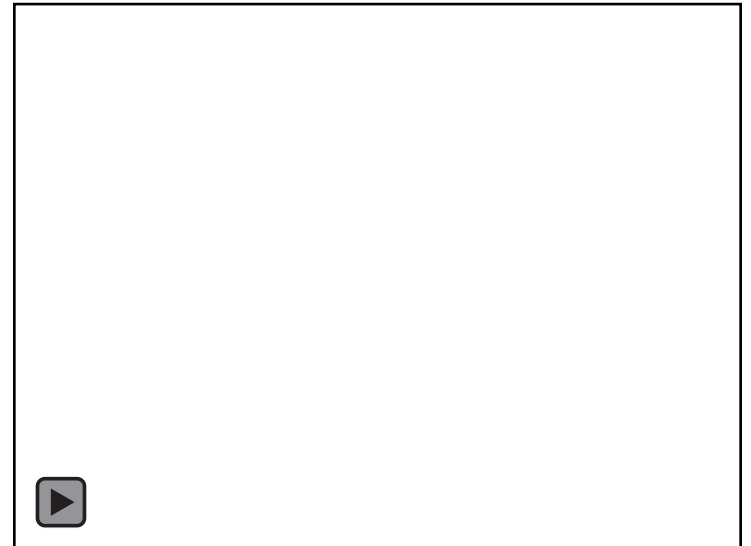
Primeros Viajes al Espacio: la conquista de la Luna

Lecciones aprendidas de las primeras misiones tripuladas:

- Sistemas de propulsión eficientes. **Wernher von Braun** diseña el **Saturno V**, utilizado en el **Apolo 11**.
- Las cápsulas **Vostok soviéticas y Mercury y Gemini** estadounidenses son hitos tecnológicos y de ingeniería que permiten diseñar vehículos espaciales seguros para misiones prolongadas.
- Primeros paseos orbitales Leonov (18 de marzo 1965) y White (3 de junio 1965).
- Experimentos en ambiente de microgravedad probaron factible sobrevivir a misiones como ir a la Luna.
- Entrenamiento en maniobras orbitales. **Primeras maniobras de acoplamiento** del programa Gemini de EE. UU. (Gemini 8, 1966).
- Desarrollo de los primeros ordenadores de a bordo:
 - Sistemas para controlar las trayectorias y maniobras.
 - **El Apollo Guidance Computer (AGC)** fue una pieza revolucionaria que combinaba navegación automática y corrección de errores en tiempo real
- Uso de computadoras para simulaciones para simulaciones orbitales y análisis de misión, desde el despegue hasta el alunizaje y el regreso. de cápsulas Mercury y Gemini
 - Katherine Johnson, matemática de la NASA, calculó manualmente las trayectorias críticas en los primeros vuelos orbitales, validando el cálculo computacional



"Elegimos ir a la Luna no porque sea fácil, sino porque es difícil." J.F. Kennedy, 1962 Discurso completo en: rtve.es/play/videos/programa/webdiscursokennedy02072019/5310963/



NASA film archive footage from on-board cameras during Gemini 8's docking and emergency undock with the Agena Target Vehicle.

Fuente: NASA/Discovery

Misiones lunares

Nombre	País	Fecha de lanzamiento	Tipo de misión	Resultado	Cohete
Luna 1958A	URSS	23/09/1958	Impacto contra la Luna	Fracaso	Luna 8K72
Luna 1958B	URSS	12/10/1958	Impacto contra la Luna	Fracaso	Luna 8K72
Luna 1	URSS	02/01/1959	Sobrevuelo lunar	Éxito parcial	Luna 8K72
Luna 2	URSS	12/09/1959	Impacto contra la Luna	Éxito	Luna 8K72
Luna 3	URSS	04/10/1959	Fotografiar cara oculta	Éxito	Luna 8K72
Ranger 3	EE. UU.	26/01/1962	Impacto contra la Luna	Fracaso	Atlas-Agena B
Ranger 4	EE. UU.	23/04/1962	Impacto contra la Luna	Fracaso	Atlas-Agena B
Ranger 7	EE. UU.	28/07/1964	Impacto con transmisión de fotos	Éxito	Atlas-Agena B
Zond 3	URSS	18/07/1965	Fotografiar cara oculta	Éxito parcial	Molniya
Surveyor 1	EE. UU.	30/05/1966	Aterrizaje suave	Éxito	Atlas-Centaur
Luna 9	URSS	31/01/1966	Aterrizaje suave	Éxito	Molniya-M
Luna 10	URSS	31/03/1966	Orbitador lunar	Éxito	Proton-K
Surveyor 5	EE. UU.	08/09/1967	Aterrizaje suave	Éxito	Atlas-Centaur
Apollo 8	EE. UU.	21/12/1968	Orbitar la Luna (tripulado)	Éxito	Saturn V
Luna 16	URSS	12/09/1970	Retorno de muestras	Éxito	Proton-K
Luna 17 (Lunokhod 1)	URSS	10/11/1970	Vehículo lunar	Éxito	Proton-K
Apollo 11	EE. UU.	16/07/1969	Aterrizaje tripulado	Éxito	Saturno V
Luna 20	URSS	14/02/1972	Retorno de muestras	Éxito	Proton-K
Apollo 17	EE. UU.	07/12/1972	Último aterrizaje tripulado	Éxito	Saturn V

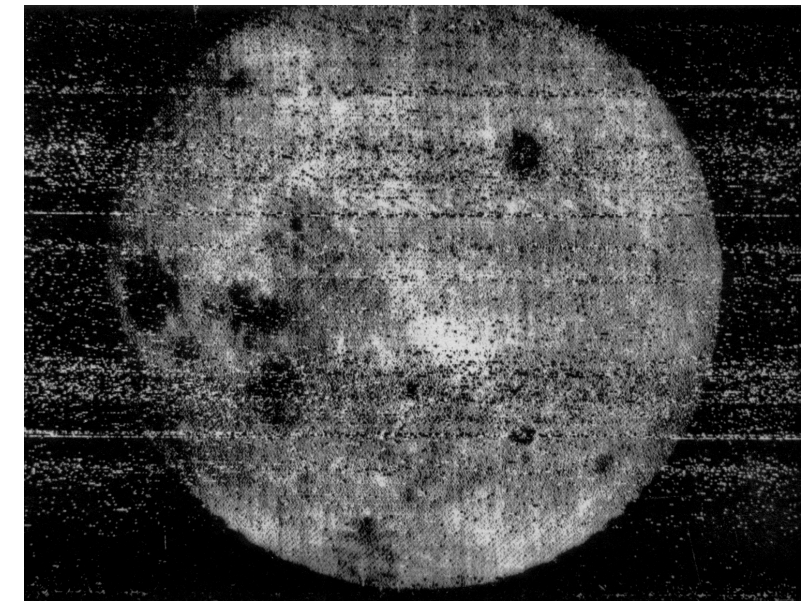
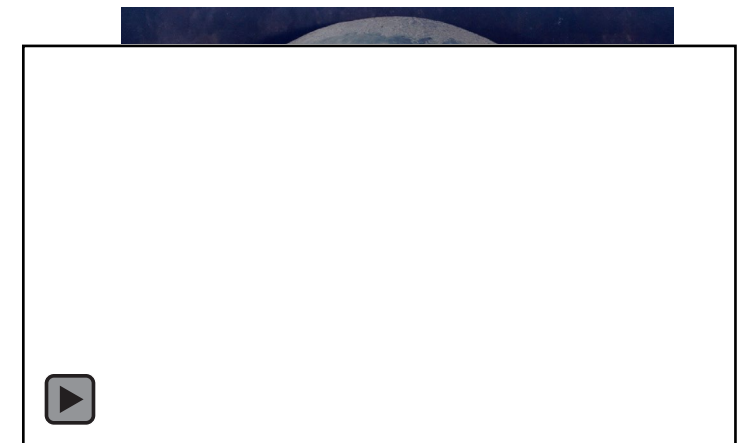


Imagen de la cara oculta de la Luna tomada por Luna 3, 1959
nssdc.gsfc.nasa.gov/imgcat/html/mission_page/EM_Luna_3_page1.html

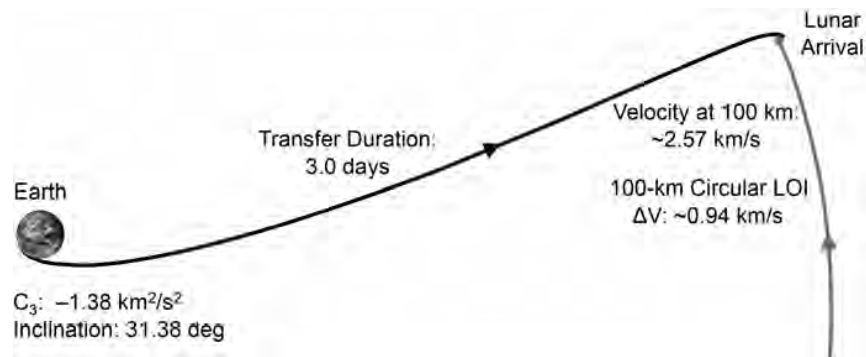


Footage from the 1969 Apollo 11 moon landing.
[Associated Press](#)

Trayectoria Luna-Tierra

Transferencia Directas y Convencionales

- Trayectorias directas entre la Tierra y la Luna que utilizan principalmente la gravedad de la Tierra y la Luna, considerándose otras fuerzas como perturbadoras.
- El vehículo espacial parte de una órbita baja terrestre o mediante una maniobra de inyección, y sigue una trayectoria hacia la Luna, manteniéndose dentro de su órbita alrededor de la Tierra.
- Requiere una maniobra de captura en las proximidades de la Luna para permanecer en su campo gravitatorio.
- Las transferencias directas pueden durar entre unas horas y varias semanas. Las más eficientes en cuanto a combustible tienen una duración de alrededor de 4.5 días.



Transferencia directa de aproximadamente 3 días del Apollo 11, entrando en órbita circular de 100 km de radio mediante una maniobra.

J.S. Parker y R.L. Anderson. *Low-energy lunar trajectory design*, Deep Space Communications and Navigation series, 2014

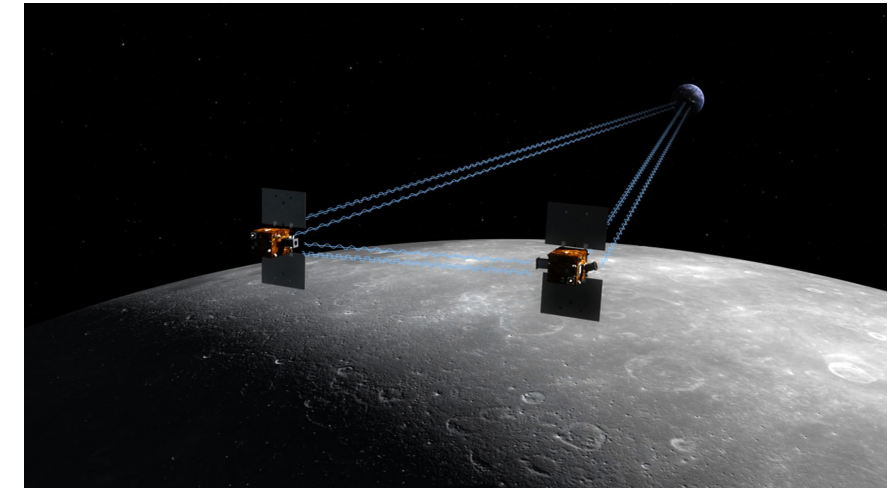
Misión Apollo 11

- Alcanzó una órbita baja LEO de aparcamiento $i \sim 31^\circ.4$.
- Maniobra para entrar en órbita hiperbólica hasta alcanzar la Luna. $C_3 \sim -1.38 \text{ km}^2/\text{s}^2$ y tiempo de vuelo de 3.05 días.
- Maniobra de captura para entrar en órbita elíptica con periapsis de 110 km de altitud y apoapsis de 310 km
- Maniobra final de circularización de radio 110 km
- Descenso del módulo Eagle a la superficie

Misiones lunares

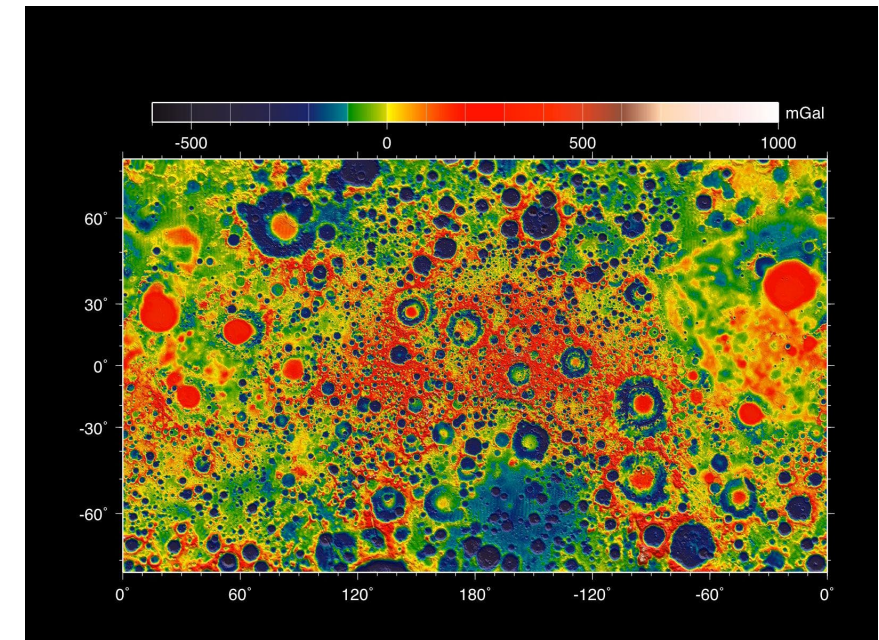
Nombre	País	Fecha de lanzamiento	Tipo de misión	Resultado	Cohete
Hiten	Japón	24/01/1990	Orbitador lunar	Éxito parcial	Mu-3SII
Clementine	EE. UU.	25/01/1994	Orbitador lunar	Éxito parcial	Titan II
Lunar Prospector	EE. UU.	07/01/1998	Orbitador lunar	Éxito	Athena II
SMART-1	Europa (ESA)	27/09/2003	Orbitador lunar	Éxito	Ariane 5
Chang'e 1	China	24/10/2007	Orbitador lunar	Éxito	Long March 3A
Chandrayaan-1	India	22/10/2008	Orbitador lunar	Éxito parcial	PSLV-XL
LCROSS	EE. UU.	18/06/2009	Impacto lunar	Éxito	Atlas V
GRAIL A y GRAIL B	EE. UU.	10/09/2011	Estudio del campo gravitacional lunar	Éxito	Delta II 7920-10
Chang'e 3	China	01/12/2013	Aterrizaje suave y rover	Éxito	Long March 3B
Beresheet	Israel	22/02/2019	Aterrizaje lunar	Fracaso	Falcon 9
Chandrayaan-2	India	22/07/2019	Orbitador y aterrizador	Éxito parcial	GSLV Mk III
Chang'e 5	China	23/11/2020	Retorno de muestras	Éxito	Long March 5
Luna 25	Rusia	11/08/2023	Aterrizaje lunar	Fracaso	Soyuz-2.1b
Chandrayaan-3	India	14/07/2023	Aterrizaje suave	Éxito	GSLV Mk III

Extracto misiones lunares **etapa (1990-)**



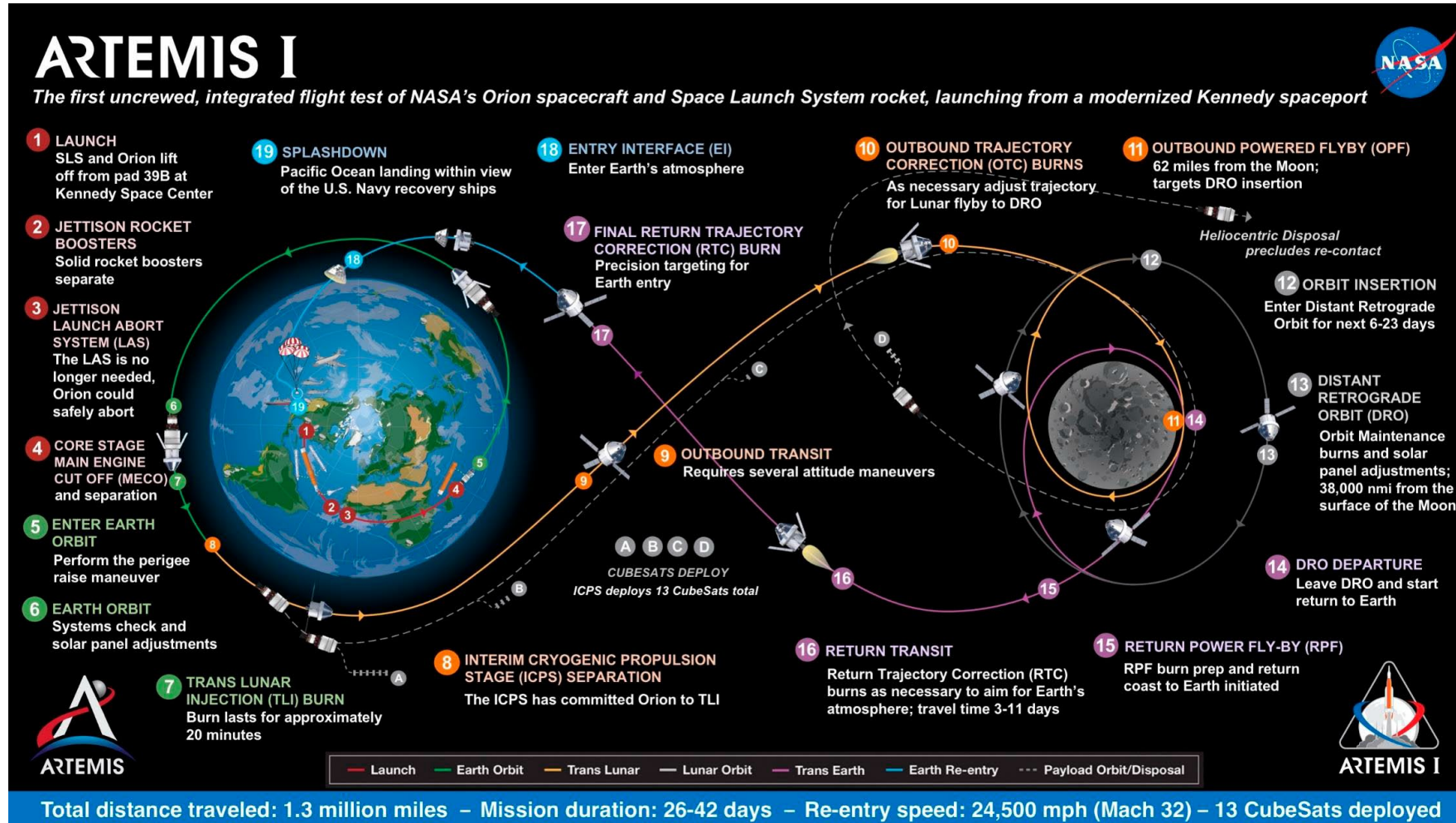
GRAIL lunar probes (Ebb y Flow)

Crédito: jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=2007-145



Campo gravitatorio de la Luna ,medido por la misión GRAIL
NASA/ARC/MIT

Misiones lunares

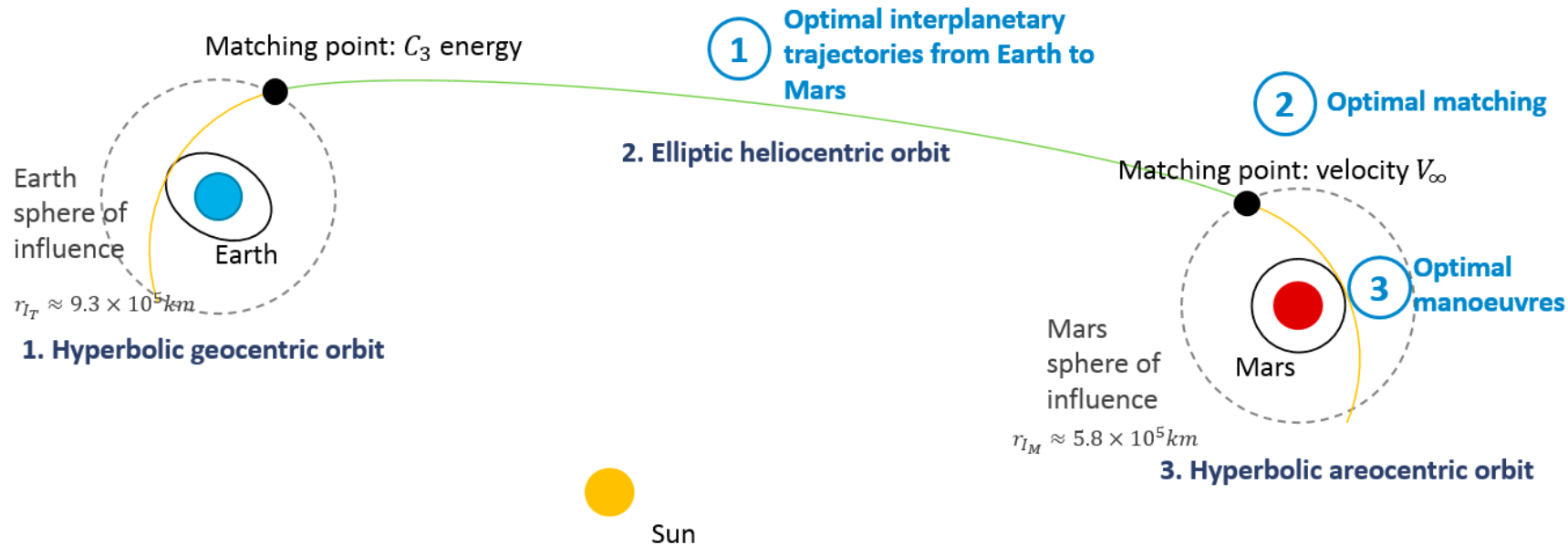


Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica
- Entrada en la esfera de influencia del planeta en órbita hiperbólica planetocéntrica

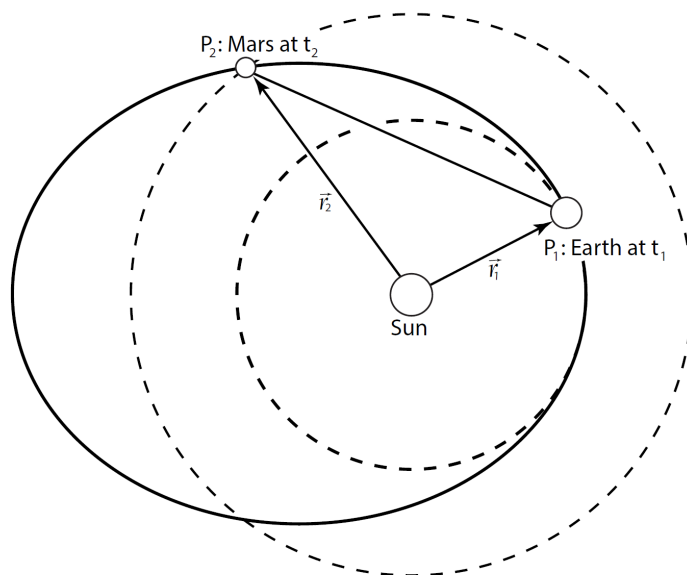


Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- **Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica**
- Entrada en la esfera de influencia del planeta en órbita hiperbólica planetocéntrica



Lambert orbital boundary-value problem. Heliocentric elliptic trajectory.
M.M. Sanchez-García, G. Barderas y P. Romero, *Math. Comput. Appl.*
2023, 28(6), 105; 27 October 2023

Se resuelve el problema de contorno de Lambert para obtener la trayectoria elíptica entre dos puntos Tierra y Marte, en instantes prefijados t_1 y $t_2 = TOF - t_1$

$$\ddot{\vec{r}}_{sS} = -\mu_S \frac{\vec{r}_{sS}}{r_{sS}^3},$$

$$\vec{r}_{sS}(t_1) = \vec{r}_T,$$

$$\vec{r}_{sS}(t_2) = \vec{r}_M,$$

Se obtiene una sección cónica elíptica que conecta P1 y P2, con velocidades de salida y llegada, V_{sS1} y V_{sS2} , en t_1 y t_2 , respectivamente.

Exploración del Sistema Solar

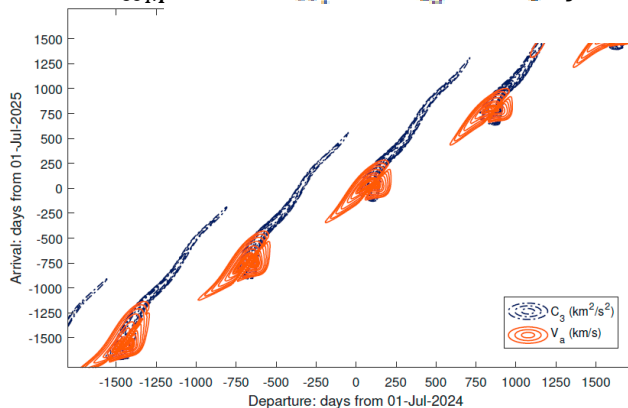
Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- **Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica** desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- **Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica**
- **Entrada** en la esfera de influencia del planeta en **órbita hiperbólica planetocéntrica**

Para cada posible combinación de fechas (infinitas) se obtendría la posible trayectoria elíptica entre P1 y P2, con velocidades de salida y llegada V_{sS1} y V_{sS2} , V_{sS1} y V_{sS2} , en t_1 y t_2 , respectivamente.

Se buscan lanzamientos que minimicen la energía necesaria. Tradicionalmente se minimizan la energía característica en la salida de la Tierra $C_3 = V_{\infty T}^2$ y la velocidad de exceso hiperbólico para llegar a Marte, $V_{\infty M}$, con $\vec{V}_{\infty T} = \vec{V}_{sS} - \vec{V}_T$ y $\vec{V}_{\infty M} = \vec{V}_{sS} - \vec{V}_M$.



Porkchop plots $C_3 - V_{\infty M}$ para un período de 10 años de salida y llegada a Marte.
Sánchez-García, M.M; Barderas, G., Romero, P. Earth-Mars reference systems
in optimization problems for the mission design of areostationary satellites

Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- **Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica** desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- **Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica**
- **Entrada en la esfera de influencia del planeta en órbita hiperbólica planetocéntrica**

Para una época en particular se obtienen las ventanas de lanzamiento de menor coste. Dentro de las ventanas puede obtenerse la mejor solución mediante algoritmos heurísticos, buscando las fechas que permiten minimizar el coste de la función (M.M. Sanchez-Garcia, G. Barderas y P. Romero. *Math. Comput. Appl.* **2023**, 28(6), 105; 27 October 2023)

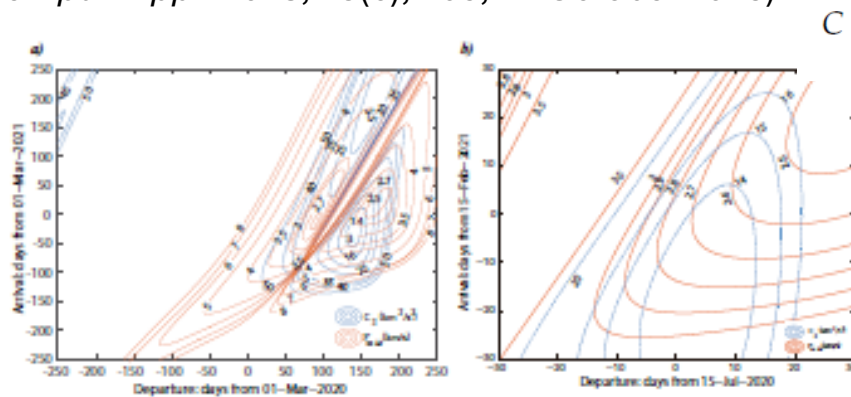


Figure 3. Departure characteristic energy and hyperbolic arrival velocity contour plots for the Earth-Mars transfer a) from July 2019 to November 2021 and b) from July 2020 to February 2021.

$$C = C_3 + V_{\infty M}$$

Population	Crossover	Selection	C.P.U. Time (s)	Departure date (20-Jul-20)	TOF (days)	C3	VinfM
100	Heuristic	remainder	10.86	01:19:08	196.9397	13.1268	2.7683
		stoch. unif.	10.36	01:05:27	196.9253	13.1264	2.7686
	Scattered	remainder	10.30	01:04:01	196.9501	13.1265	2.7686
		stoch. unif.	10.49	01:01:17	196.9281	13.1264	2.7687
	Single point	remainder	10.14	01:06:02	196.9657	13.1270	2.7681
		stoch. unif.	10.35	01:14:40	196.9566	13.1270	2.7681
500	Heuristic	remainder	48.30	01:06:27	196.9288	13.1264	2.7686
		stoch. unif.	47.86	01:13:05	196.9420	13.1267	2.7684
	Scattered	remainder	48.31	01:12:22	196.9420	13.1267	2.7684
		stoch. unif.	47.60	01:21:17	196.9537	13.1270	2.7681
	Single point	remainder	47.32	01:24:10	196.9407	13.1268	2.7683
		stoch. unif.	47.19	01:16:41	196.9450	13.1268	2.7683



Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- **Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica** desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica
- **Entrada** en la esfera de influencia del planeta en **órbita hiperbólica planetocéntrica**

La velocidad de exceso hiperbólica implica que en las inmediaciones del planeta (en la esfera de influencia gravitatoria), la sonda describirá una órbita hiperbólica –de salida y de llegada-. La órbita debe planificarse con antelación, así como las maniobras de captura.

1. Se aplicaría un algoritmo iterativo para resolver el problema de Lambert desde/hasta la entrada en la esfera de influencia del planeta (p.e. **M.M. Sanchez-Garcia, G. Barderas y P. Romero. *Math. Comput. Appl.* 2023, 28(6), 105; 27 October 2023**)
2. Se obtendrían los elementos orbitales de la órbita de salida/llegada
3. Planteamiento de maniobras de captura y colocación en la órbita nominal del análisis de misión.

1. Captura en órbita circular en el perigeo r_{psm} $\Delta V_c = \sqrt{V_{\infty M}^2 + 2\frac{\mu_M}{r_{psm}}} - \sqrt{\frac{\mu_M}{r_{psm}}}$.

2. **Captura en órbita hiperbólica en el perigeo** (con apogeo en r_A)

$$\Delta V_{CG} = \sqrt{\frac{2\mu_M r_A}{r_{psm}(r_A + r_{psm})}} - \sqrt{V_{\infty M}^2 + 2\frac{\mu_M}{r_{psm}}}$$

3. Corrección de inclinación (en el nodo) $\Delta V_i = 2\sqrt{\frac{\mu_M}{r}} \frac{\sin i_{SM}}{2}$
4. Circularización (p.e. en apogeo r_a desde órbita elíptica 2) $\Delta V_c = \sqrt{\frac{\mu_M}{r_A}} \left(1 - \sqrt{\frac{r_{psm}}{a_1}}\right)$

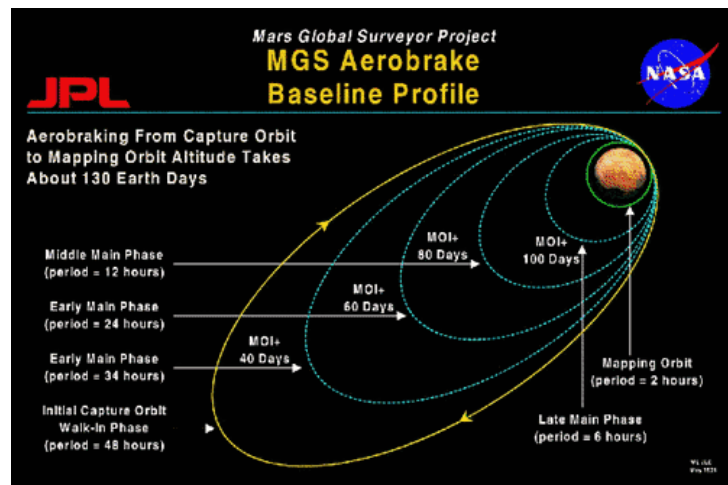
Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- **Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica** desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica
- **Entrada** en la esfera de influencia del planeta en **órbita hiperbólica planetocéntrica**

La velocidad de exceso hiperbólica implica que en las inmediaciones del planeta (en la esfera de influencia gravitatoria), la sonda describirá una órbita hiperbólica –de salida y de llegada-. La órbita debe planificarse con antelación, así como las maniobras de captura.



Crédito: mgs-mager.gsfc.nasa.gov/overview/aerobraking.html

5. Para reducir el propelente necesario en la captura, puede plantearse una combinación de captura elíptica y una maniobra de aerofrenado.

- Por ejemplo, la Mars Global Surveyor (MGS) utilizó la resistencia de la atmósfera marciana en los paneles solares para reducir la velocidad.
- La duración de la fase de aerofrenado está directamente relacionada con la rapidez con la que la atmósfera relativamente delgada de Marte (~1% de la Tierra) reduce la velocidad de la sonda.

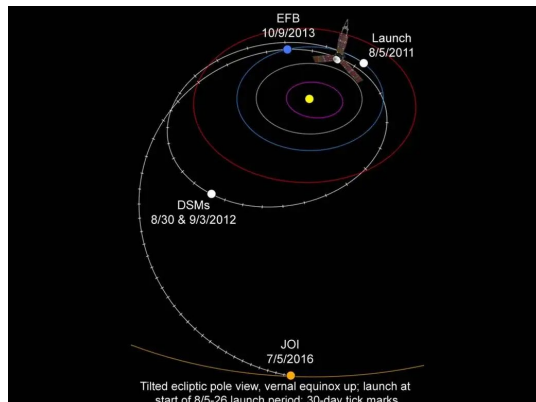
Exploración del Sistema Solar

Maniobras impulsivas y trayectorias interplanetarias

Fases principales:

- **Salida de la Tierra en una órbita hiperbólica geocéntrica** desde una órbita de aparcamiento terrestre o mediante una maniobra de inyección,
- Trayectoria interplanetaria elíptica heliocéntrica
- **Entrada** en la esfera de influencia del planeta en **órbita hiperbólica planetocéntrica**

La velocidad de exceso hiperbólica implica que en las inmediaciones del planeta (en la esfera de influencia gravitatoria), la sonda describirá una órbita hiperbólica –de salida y de llegada-. La órbita debe planificarse con antelación, así como las maniobras de captura.



Trayectoria de Juno desde la Tierra hasta Júpiter.

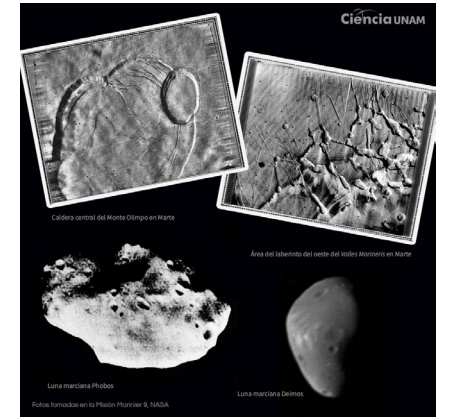
Crédito: <https://www.nasa.gov/image-article/juno-spacecraft-cruise-trajectory/>

6. Maniobras de asistencia gravitacional. Si no se realiza la maniobra de captura, la sonda saldrá de la esfera de influencia en una maniobra conocida como fly-by, cambiando la dirección de la órbita elíptica heliocéntrica y aumentando su energía.

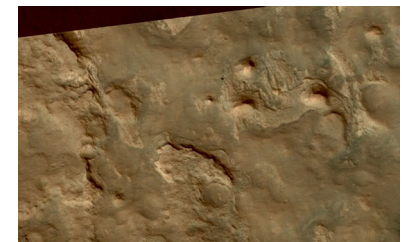


Exploración del Sistema Solar

Misión	Lanzamiento	País	Tipo		Observaciones
Mars 1M No. 1	1960	URSS	Sonda de sobrevuelo	Fallo total	Primer envío de una sonda a Marte; fallo en lanzamiento.
Mars 1M No. 2	1960	URSS	Sonda de sobrevuelo	Fallo total	Segundo intento; falló el lanzamiento.
Mars 2MV-4 No. 1 (Sputnik 22)	1962	URSS	Sonda de sobrevuelo	Fallo total	Fallo de la etapa superior del cohete.
Mars 1	1962	URSS	Sonda de sobrevuelo	Contacto perdido	Alcanzó Marte. Comunicación perdida antes de enviar datos.
Mars 2MV-3 No. 1 (Sputnik 24)	1962	URSS	Sonda de sobrevuelo	Fallo total	Fallo en la etapa superior.
Mariner 3	1964	EE. UU.	Sonda de sobrevuelo	Fracaso	Falló en el lanzamiento.
Mariner 4	1964	EE. UU.	Sonda de sobrevuelo	Éxito	Primera misión exitosa en sobrevolar Marte; envió imágenes.
Mars 2	1971	URSS	Orbitador + Lander	Parcial	Orbitador exitoso; módulo de aterrizaje estrellado.
Mars 3	1971	URSS	Orbitador + Lander	Parcial	Orbitador exitoso; lander contactó ~3s antes de fallar.
Mariner 9	1971	EE. UU.	Orbitador	Éxito	Primer orbitador exitoso de Marte;
Mars 4	1973	URSS	Sonda de sobrevuelo	Fracaso	Fallo en alcanzar órbita marciana.
Mars 5	1973	URSS	Orbitador	Éxito parcial	Perdió comunicación tras pocos días en órbita.
Mars 6	1973	URSS	Orbitador + Lander	Parcial	Lander falló durante descenso; orbitador exitoso.
Mars 7	1973	URSS	Orbitador + Lander	Fallo total	Lander falló y sobrevoló Marte sin enviar datos.
Viking 1	1975	EE. UU.	Orbitador + Lander	Éxito	Primer aterrizador; operó hasta 1982.
Viking 2	1975	EE. UU.	Orbitador + Lander	Éxito	Recopiló datos científicos hasta 1980.
Phobos 1	1988	URSS	Orbitador + Sonda lunar	Fallo total	Perdió contacto antes de llegar a Marte.
Phobos 2	1988	URSS	Orbitador + Sonda lunar	Parcial	Falló tras enviar datos limitados de Fobos y Marte.
Mars Global Surveyor	1996	EE. UU.	Orbitador	Éxito	Mapas detallados y datos atmosféricos; operó hasta 2006.
Mars Pathfinder (Sojourner)	1996	EE. UU.	Lander + Rover	Éxito	Primer rover en Marte; operó por tres meses.
Mars Odyssey	2001	EE. UU.	Orbitador	Éxito	Operativa
Mars Express	2003	ESA	Orbitador	Éxito	Primera misión europea; sigue operando.
Beagle 2	2003	ESA	Lander	Fallo total	Perdió contacto tras aterrizar.
Spirit	2003	EE. UU.	Rover	Éxito	Operó hasta 2010, exploró cráteres y el suelo marciano.
Opportunity	2003	EE. UU.	Rover	Éxito	Operó hasta 2018; recorrió más de 45 km.
Curiosity	2011	EE. UU.	Rover	Éxito	Operativa. Investiga el cráter Gale
MAVEN	2013	EE. UU.	Orbitador	Éxito	Investiga la atmósfera superior de Marte; sigue operando.
Tianwen-1	2020	China	Orbitador + Lander + Rover	Éxito	Incluye el rover Zhurong; primera misión China.
Hope	2020	EAU	Orbitador	Éxito	Primera misión árabe en Marte; estudia el clima y la atmósfera.
Perseverance	2020	EE. UU.	Rover	Éxito	Operativa. Investiga el cráter Jezero.
Rosalind Franklin (ExoMars)	2026 (proyectada)	ESA/Rusia	Rover	Proyectada	Explorará el subsuelo marciano en busca de vida pasada.
Mars Sample Return	2026-2030s (proyectada)	EE. UU./ESA	Retorno de muestras	Proyectada	Traerá muestras marcianas a la Tierra.



Compilación de Fotografías de la Mariner 9. Artículo en honor del 50 aniversario de la sonda. ciencia.unam.mx/leer/1187/celebramos-50-anos-de-la-sonda-mariner-9-en-marte



CURIOSITY AT THE NORTH EDGE OF THE KIMBERLEY, SOL 581.

August 4, 2010. *Image: NASA / JPL / UA*

Exploración del Sistema Solar

Misiones planetarias

Misión	País	Año	
Sputnik 7	Unión Soviética	1961	Fracaso
Venera 1	Unión Soviética	1961	Fracaso
Mariner 1	EE.UU.	1962	Fracaso
Mariner 2	EE.UU.	1962	Éxito
Sputnik 19	Unión Soviética	1962	Fracaso
Sputnik 20	Unión Soviética	1962	Fracaso
Sputnik 21	Unión Soviética	1962	Fracaso
Zond 1	Unión Soviética	1964	Fracaso
Mariner 5	EE.UU.	1967	Éxito
Venera 4	Unión Soviética	1967	Éxito parcial
Venera 5	Unión Soviética	1969	Éxito parcial
Venera 6	Unión Soviética	1969	Éxito parcial
Venera 7	Unión Soviética	1970	Éxito
Cosmos 359	Unión Soviética	1970	Fracaso
Venera 8	Unión Soviética	1972	Éxito
Cosmos 482	Unión Soviética	1972	Fracaso
Mariner 10	EE.UU.	1973	Éxito
Venera 9	Unión Soviética	1975	Éxito
Venera 10	Unión Soviética	1975	Éxito
Pioneer Orbiter	EE.UU.	1978	Éxito
Pioneer Multiprobe	EE.UU.	1978	Éxito
Venera 11	Unión Soviética	1978	Éxito
Venera 12	Unión Soviética	1978	Éxito
Venera 13	Unión Soviética	1981	Éxito
Venera 14	Unión Soviética	1981	Éxito
Vega 1	Unión Soviética	1984	Éxito
Vega 2	Unión Soviética	1984	Éxito
Magellan	EE.UU.	1989	Éxito
Venus Express	ESA	2005	Éxito
Akatsuki	Japón	2010	Éxito

Misiones a Venus

Misión	País	Año	
Pioneer 10	EE.UU.	1972	Éxito
Pioneer 11	EE.UU.	1973	Éxito
Voyager 1	EE.UU.	1977	Éxito
Voyager 2	EE.UU.	1977	Éxito
Galileo	EE.UU.	1989	Éxito
Cassini (sobrevoló Júpiter)	EE.UU./ESA	1997	Éxito
New Horizons	EE.UU.	2006	Éxito (flyby)
Juno	EE.UU.	2011	En curso
JUICE (Jupiter Icy Moons Explorer)	ESA	2023	En curso

Misiones a Júpiter

Misión	País	Año	
Voyager 2	EE.UU.	1977	Éxito (flyby)

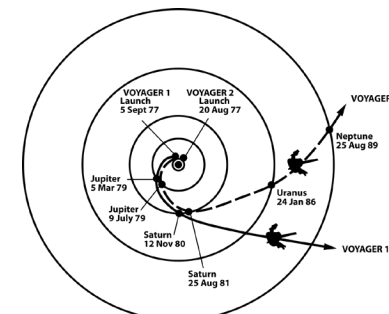
Misiones a Urano y exterior del Sistema Solar

Misión	País	Año	
Pioneer 11	EE.UU.	1973	Éxito (flyby)
Voyager 1	EE.UU.	1977	Éxito (flyby)
Voyager 2	EE.UU.	1977	Éxito (flyby)
Cassini-Huygens	EE.UU./ESA	1997	Éxito (sonda en Titán)

Misiones a Saturno

Misión	País	Año	
Mariner 10	EE.UU.	1973	Éxito
MESSENGER	EE.UU.	2004	Éxito
BepiColombo	ESA/Japón	2018	En curso

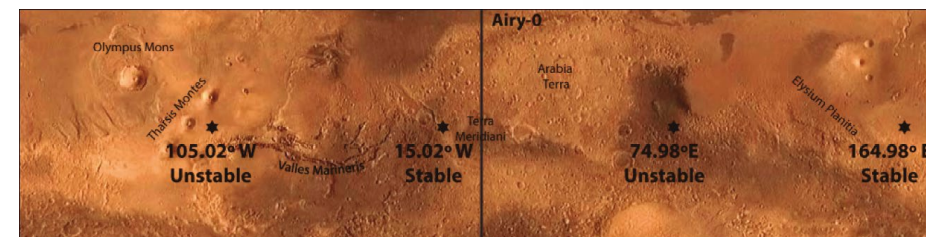
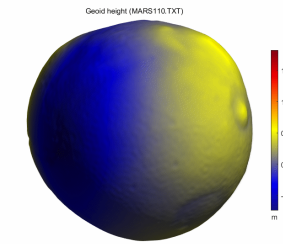
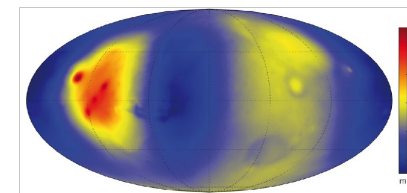
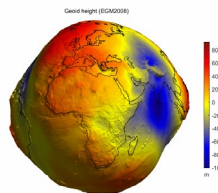
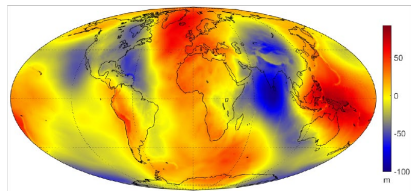
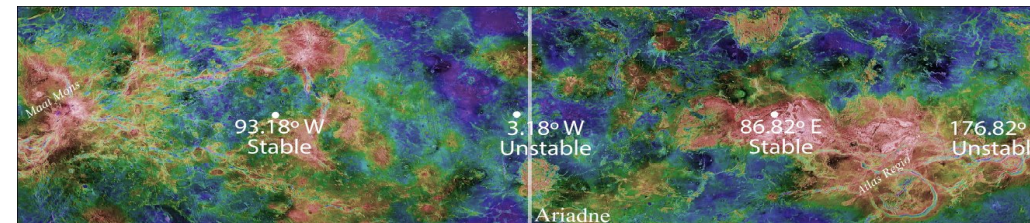
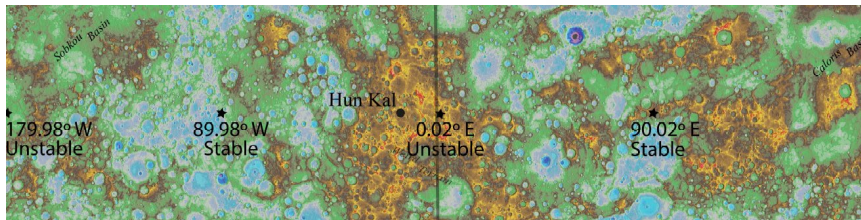
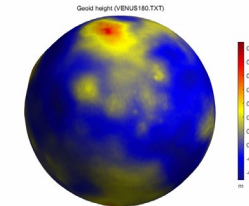
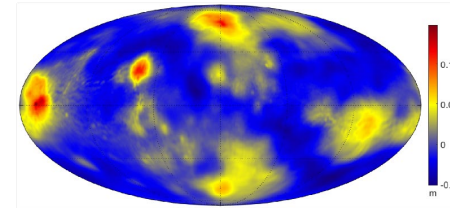
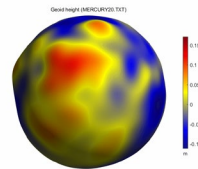
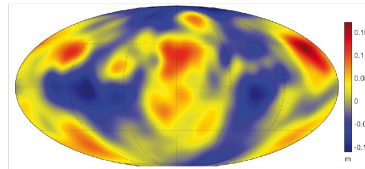
Misiones a Mercurio



Crédito: solarsystem.nasa.gov/multimedia/display.cfm?IM_ID=2143

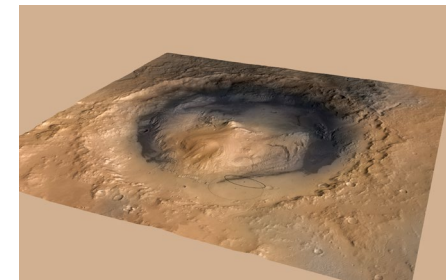
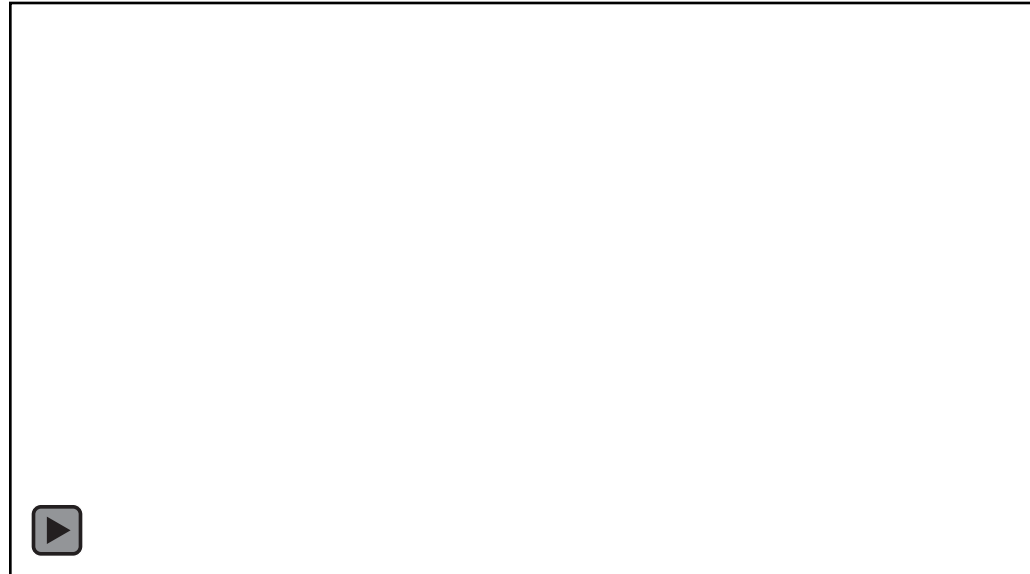
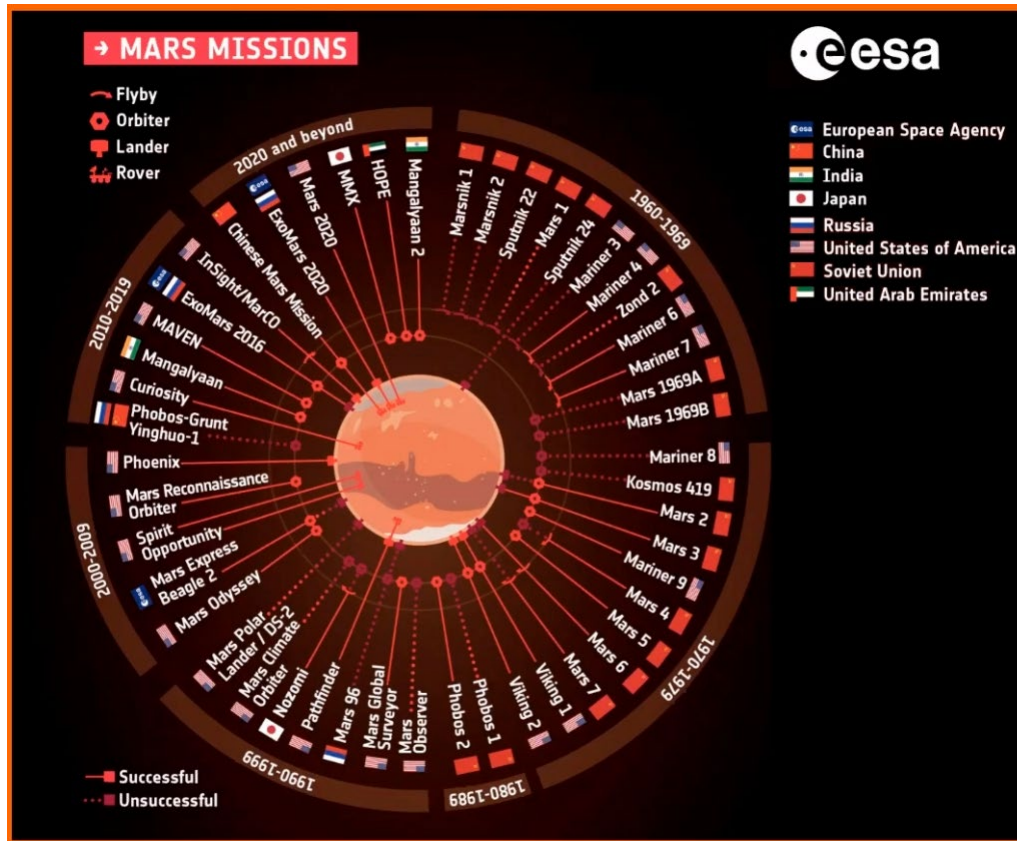
Exploración del Sistema Solar

Misiones planetarias



Exploración del Sistema Solar

Misiones Marte



Crédito: ESA

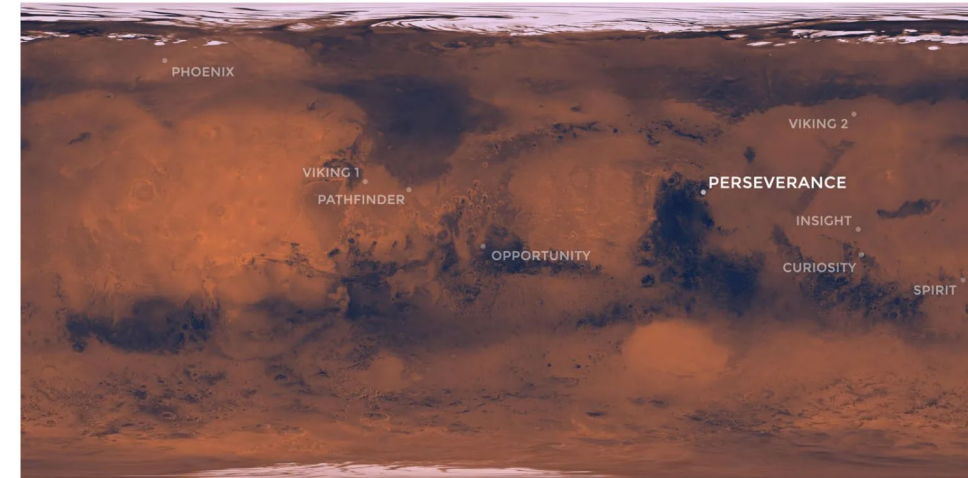
Amartizaje de MSL 15x30km (04°,59 S, 137°,44 E)
Amartizaje el 6 Aug 2012 (<http://mars.jpl.nasa.gov/msl/>)



Determinación precisa de órbitas

La determinación precisa de órbitas y el posicionamiento de naves espaciales y vehículos robóticos es crucial para el desarrollo y éxito de la misión:

- Permite maniobras precisas y aterrizajes seguros
- Correcciones a las trayectorias interplanetarias
- Indispensable para la correcta orientación de antenas para transmisión de datos a la Tierra
- Asegura una conexión estable con los controladores de misión



Map of NASA's Mars Landing Sites, NASA
science.nasa.gov/resource/map-of-nasas-mars-landing-sites/

Técnicas de Posicionamiento más habituales

- Posicionamiento GNSS
- **En el contexto de navegación Espacial: radiotracking**, análisis cartográfico, láser ranging



Determinación precisa de órbitas

Seguimiento y posicionamiento misiones espaciales.

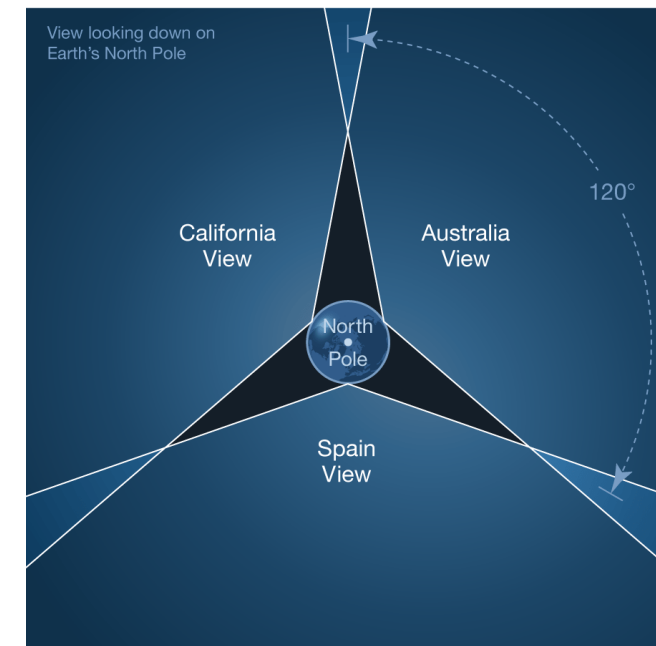
Red del Espacio Profundo (DSN)

Deep Space Network (DSN) es una red internacional de antenas propiedad de la NASA y operada por JPL para:

- Comunicación con misiones interplanetarias;
- Apoyo ciertas misiones seleccionadas en órbita terrestre;
- Observaciones de radioastronomía y astronomía de radar;
- Observaciones para la exploración del sistema solar y el universo.

Consiste en tres complejos de comunicaciones de espacio profundo separados ~120 grados en longitud alrededor del mundo:

- Goldstone, desierto de Mojave, California;
- **Robledo de Chavela, Madrid;**
- Tidbinbilla, Canberra, Australia.
- Permiten monitorizar todas las misiones interplanetarias constantemente sin importar la rotación de la Tierra.



Determinación precisa de órbitas

Seguimiento y posicionamiento misiones espaciales.

Los observables básicos del problema son medidas de rango y Doppler bidireccionales e indirectas provenientes de una señal emitida desde DSN, que es recibida e irradiada de vuelta por el satélite.

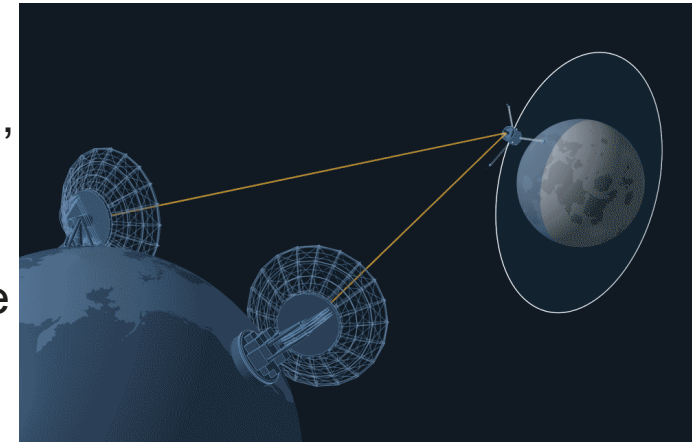
La distancia (inclinada) puede aproximarse a partir del tiempo de viaje de la señal, τ_g , (unidireccional)

$$\rho = \tau_g c$$

y la frecuencia de la señal recibida, f_R , para una nave en movimiento que se aleja de la Tierra a partir del desplazamiento Doppler:

$$f_R = \left(1 - \frac{\dot{\rho}}{c}\right) f_T$$

con f_R la frecuencia transmitida por el vehículo espacial y c la velocidad de la luz.



Deep Space Network
Fuente: science.nasa.gov

Determinación precisa de órbitas

Seguimiento y posicionamiento misiones espaciales.

La diferencial de la distancia inclinada geoméricamente puede aproximarse por

$$\dot{\rho} = \dot{r} + \omega_E r_S \cos \delta \sin(\omega_E + \varphi + \lambda_S - \alpha)$$

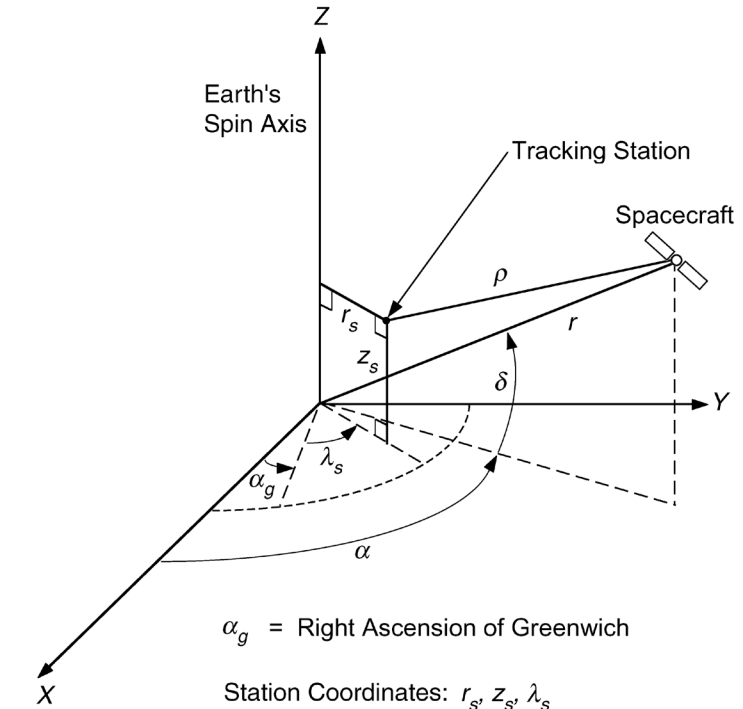
Ambas se relacionan con el vector de estado del satélite

$$\begin{aligned} \rho &= \left[(X - X_S)^2 + (Y - Y_S)^2 + (Z - Z_S)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \epsilon_r = g_1(X, t) + \epsilon_r \\ \dot{\rho} &= \frac{1}{\rho} \left[(X - X_S)(\dot{X} - \dot{X}_S) + (Y - Y_S)(\dot{Y} - \dot{Y}_S) + (Z - Z_S)(\dot{Z} - \dot{Z}_S) \right] + \epsilon_D \end{aligned}$$

en forma matricial

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_i &= g(X_i, t_i) + \epsilon_i \\ \mathbf{Z}_i &= \begin{pmatrix} \rho_{avg} \\ \dot{\rho}_{avg} \end{pmatrix}, \epsilon_i = \begin{pmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_D \end{pmatrix} \end{aligned}$$

que representan un conjunto de ecuaciones de observación de la órbita del satélite.



α_g = Right Ascension of Greenwich

Station Coordinates: r_s, z_s, λ_s

Spacecraft Coordinates: $r, \delta, \alpha, \dot{r}, \dot{\delta}, \dot{\alpha}$

Thorton y Border, Radiometric Tracking Techniques for Deep-Space Navigation, DESCANSO jpl.nasa.gov



Determinación precisa de órbitas

Seguimiento y posicionamiento misiones espaciales.

Considerando que un satélite en movimiento tiene su trayectoria restringida a una órbita kepleriana perturbada $\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{F}$, con μ la constante gravitacional del planeta y \mathbf{F} la resultante de las fuerzas perturbadoras, que puede reescribirse como el sistema lineal de ecuaciones de primer orden, PVI,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}(t))$$

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$$

El problema de la determinación de órbita quedaría entonces, para las observaciones anteriores Z ,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, t)$$

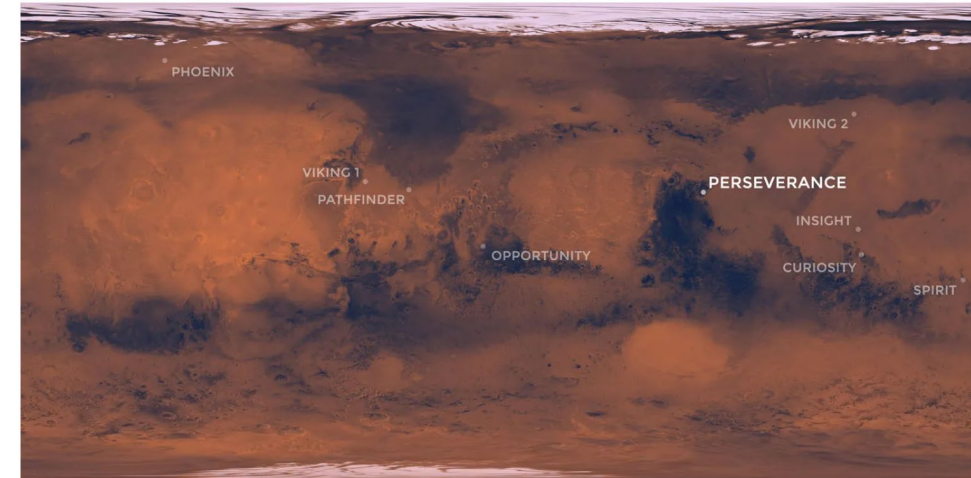
Partiendo de una solución de referencia \mathbf{X}^*

$$Z_i = \mathbf{g}(X_i, t_i) + \epsilon_i$$

Determinación precisa de órbitas

La determinación precisa de órbitas y el posicionamiento de naves espaciales y vehículos robóticos es crucial para el desarrollo y éxito de la misión:

- Permite maniobras precisas y aterrizajes seguros
- Correcciones a las trayectorias interplanetarias
- Indispensable para la correcta orientación de antenas para transmisión de datos a la Tierra
- Asegura una conexión estable con los controladores de misión



Map of NASA's Mars Landing Sites, NASA
science.nasa.gov/resource/map-of-nasas-mars-landing-sites/

Técnicas de Posicionamiento más habituales

- **Posicionamiento GNSS**
- En el contexto de navegación Espacial: radiotracking, análisis cartográfico, láser ranging



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

El término **GNSS** (Global Navigation Satellite System) comprende, tanto los sistemas individuales de posicionamiento global por satélite (**GPS**, **GALILEO**, **GLONASS**, **COMPASS**) como su combinación y aumentación mediante otros sistemas (**GBAS**, **WASS** y **EGNOS**).

- El **GPS** comenzó a desarrollarse a finales de los años 60 como un proyecto NAVY/USAF para reemplazar al sistema de Posicionamiento Doppler TRANSIT (NAVSAT o NNSS).
- **Objetivo inicial:** obtener un posicionamiento en tiempo real con error $<10\text{m}$, capaz de ser utilizado por vehículos en rápido movimiento (barcos y aviones de la NAVY).
- Uso civil limitado



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

Por otra parte, el sistema soviético GLONASS fue declarado disponible para uso civil en 1999 y en 2001 se adoptó un programa federal para su revitalización y modernización.

El proyecto Galileo surge en los años 80 como una iniciativa conjunta entre la Unión Europea (UE) y la Agencia Espacial Europea (ESA), tras reconocer la importancia estratégica, económica, social y tecnológica de la navegación por satélite.

Galileo es el primer sistema de posicionamiento global diseñado fundamentalmente para uso civil, capaz de trabajar de forma completamente independiente del sistema GPS, siendo compatible e interoperable con éste y otros sistemas de navegación por satélites.

Ambos completamente operativos.

En la actualidad existen sistemas de posicionamiento QZSS (Japón), BEIDOU (China) e IRNSS (India)

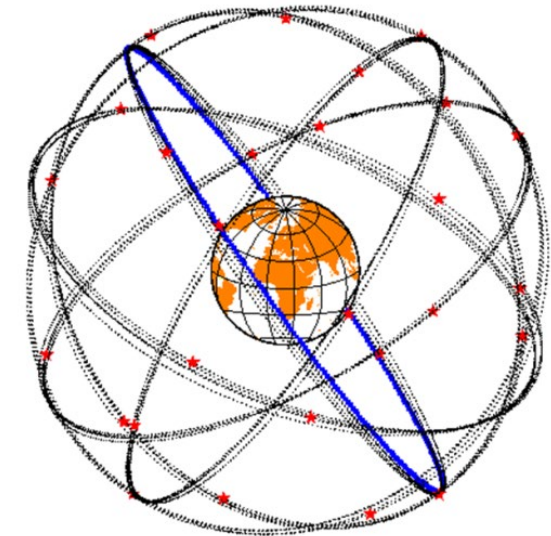
Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

- Uso de múltiples satélites (originalmente 24)
- Satélites transmitiendo a la misma frecuencia dos señales:
 - L1 1575.42 MHz (2x77x10.23 MHz) (L1 ~190 mm)
 - L2 1227.60 MHz (2x60x10.23 MHz) (L2 ~244 mm)

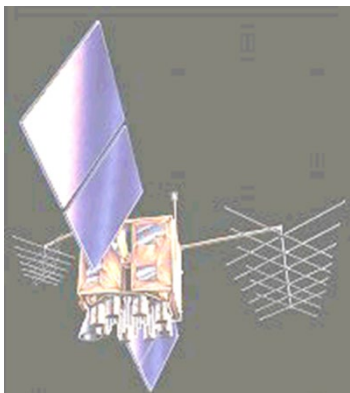
Actualmente:

- **Constelación de 32 satélites**
- **6 planos orbitales con una inclinación de 55°**
- **Altitud de unos 20.200 km**
- **Periodo de 12h.**

(Con la constelación completa, pueden observarse de 4 a 8 satélites.)



CONSTELACIÓN GPS.
Elaboración propia



Block II satellite (1,100 kg)

*Los primeros satélites del sistema **GPS modernizado** han sido lanzados recientemente (**L2C** y **L5C**, 1167MHz)*

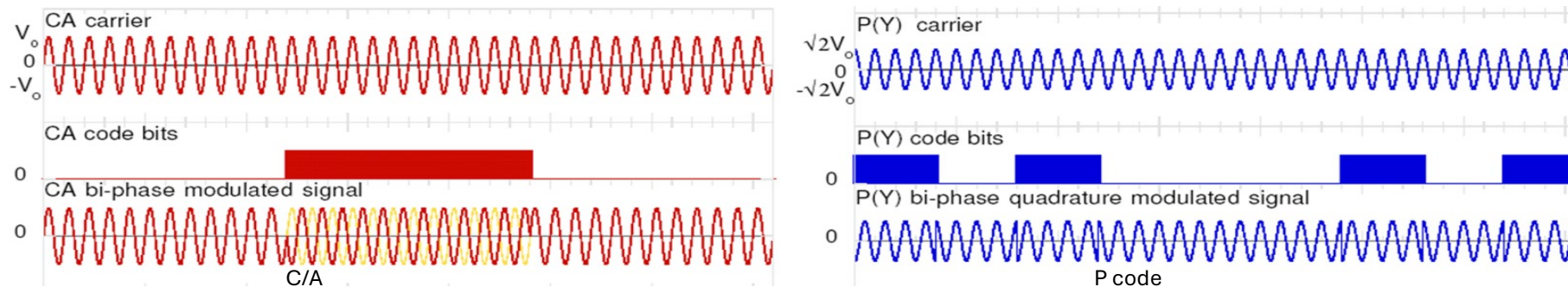
*Al **GPS modernizado** le seguirá el **GPS III**, que contará con una nueva infraestructura, nuevos satélites y señales (**L1C** (L1CD-L1CQ))*

Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

CÓDIGOS:

Las señales L1 y L2 están moduladas mediante códigos binarios de 0 y 1 (Pseudo-Random Noise, **PRN**, cada satélite tiene su propio código PRN, que actúa como identificador único):

- **Course acquisition code** (C/A), con un período de repetición de 1 ms
- **Precise positioning code** (P code), con un período de repetición 37 semanas
- **Y-code** (Antispoofing code), nunca se repite , siempre clasificado



El código (0/1) cambia el signo de la señal el satélite y las señales sólo pueden compararse si el código es conocido.

MENSAJE DE NAVEGACIÓN: información sobre la localización del satélite.
Son necesarios 30s para recibir la información orbital transmitida de un satélite (***broadcast ephemeris***).



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

En el **satélite**, se generan las señales con los códigos C/A y P, a partir de la frecuencia fundamental del reloj del satélite (GPS time: errores de μs)

En el **receptor**, conociendo el código PRN, se genera una réplica de las señales, a partir del reloj del receptor (errores de ms hasta varios s)

El receptor efectúa la correlación entre la señal recibida con la señal generada en el receptor.



CODIGO GENERADO POR EL SATELITE



CODIGO REPLICADO

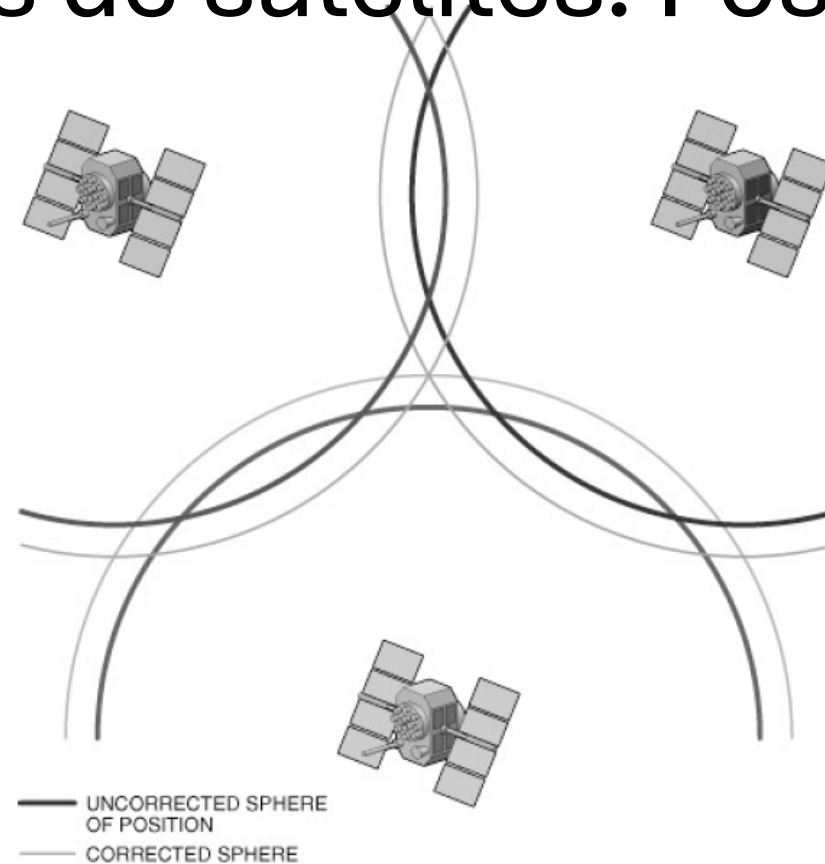
*La comparación de ambas señales proporciona el **offset de la señal***

Este offset de tiempo es la suma de la diferencia de tiempos (satélite-receptor) y del **retraso en tiempo de propagación** de la señal (***time delay***)

$$\mathbf{time\ delay = distancia\ al\ satélite / velocidad\ de\ la\ luz}$$



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS



*Efectos de los errores del reloj del receptor con la observación a 3 satélites.
Las esferas de distancias medidas no se cortan en un punto. Aplicando una corrección de offset al reloj del receptor se cortan en un punto.*

Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

ECUACIÓN BÁSICA EN LA MEDIDA DE PSEUDODISTANCIAS

Supongamos que se ha realizado una observación desde una estación R a 4 satélites, S .

Sean:

- ρ_i pseudodistancia desde el receptor R al satélite i
- τ_i tiempo de transmisión de la señal del satélite i al receptor P
- τ_0 offset del reloj

Conociendo el código obtenemos:

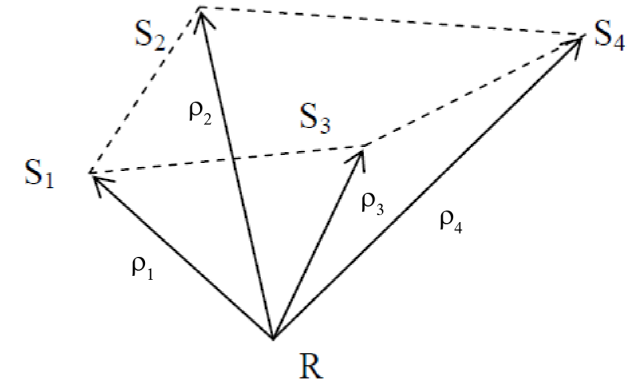
$$\rho_i = c(\tau_i + \tau_0), i=1,2,3,4.$$

Mensaje de navegación

(x_i, y_i, z_i)
coordenadas
del satélite i

(x_P, y_P, z_P)
coordenadas
del receptor

$$\rho_i = \left((x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2 + (z_P - z_i)^2 \right)^{1/2} = c(\tau_i + \tau_0), i=1,2,3,4$$



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

DILUCIÓN GEOMÉTRICA DE LA PRECISIÓN: GDOP

$$\rho_i = \left((x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2 + (z_P - z_i)^2 \right)^{1/2} = c (\tau_i + \tau_0), i = 1, 2, 3, 4 \dots$$

Diferenciando con respecto a los parámetros obtenemos la matriz de diseño A

$$\begin{pmatrix} -\frac{x_P - x_1}{\rho_1} & -\frac{y_P - y_1}{\rho_1} & -\frac{z_P - z_1}{\rho_1} & -c \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{x_P - x_4}{\rho_4} & -\frac{y_P - y_4}{\rho_4} & -\frac{z_P - z_4}{\rho_4} & -c \end{pmatrix}$$

Matriz covarianza de los parámetros que nos da el error en la determinación (depende de la matriz de ecuaciones normales)

$$(A^T P A)^{-1}$$

minimizar la dilución geométrica de la precisión, GDOP

$$P=I \quad \left(\text{traza} (A^T A)^{-1} \right)^{1/2} = \left(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 \right)^{1/2}$$

SEGMENTO DE CONTROL



- 12 Estaciones de seguimiento** (*Hawaii, Kwajalein, Ascension Island, Diego Garcia, Colorado Springs, Washington DC, Ecuador, Argentina, England, Bahrain, Australia*)
- 4 Antenas** (*Ascension Island, Diego Garcia, Kwajalein, Cape Canaveral*)
- 1 Master Control Station (MCS)** (*localizada en Schriever (Colorado)*)



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

Efemérides transmitidas GPS

Los satélites transmiten como parte de su mensaje, los elementos orbitales

Son elementos keplerianos con correcciones seculares y términos periódicos para incluir las principales perturbaciones.

Las correcciones periódicas afectan al argumento del perigeo, distancia geocéntrica e inclinación

$a^1/2$	raíz cuadrada del semieje
e	excentricidad
i	inclinación
ω	argumento del perigeo
Ω	ascensión recta del nodo
t_0	tiempo de referencia de las efemérides

M_0	anomalía media en t_0
Δn	corrección del movimiento medio
\dot{i}	variación de la inclinación
$\dot{\Omega}$	variación de la ascensión recta del nodo

C_{rc}, C_{rs}	corrección a la distancia
C_{uc}, C_{us}	correcciones al argumento de la latitud
C_{ic}, C_{is}	correcciones a la inclinación



Constelaciones de satélites. Posicionamiento GNSS

INTERNATIONAL GNSS SERVICE (IGS)

El International GNSS Service (IGS) es una asociación en la que participan más de 200 agencias gubernamentales, universidades e instituciones de investigación en más de 80 países que juegan un papel fundamental en soporte de los Sistemas de Navegación Global por Satélites, GPS-GLONASS.

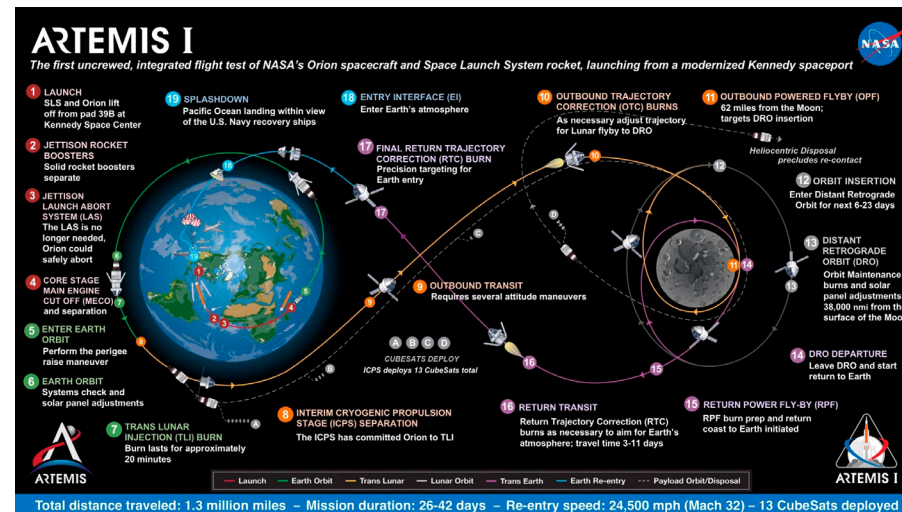
La idea de crear el IGS surgió en la Scientific Assembly de la International Association of Geodesy (IAG), celebrada en Edimburgo en 1989. Su creación se aprobó en 1993 en la Scientific Assembly de la IAG de Pekín, y el IGS fue oficialmente establecido el 1 de enero de 1994.

Con la información de 300 estaciones permanentes y continuamente operativas, la función principal del IGS consiste en derivar información orbital precisa en la forma de **órbitas Ultra-rápidas (IGA e IGU)**, **órbitas rápidas (IGR)**, **órbitas finales (IGS)**, así como, correcciones atmosféricas, parámetros de rotación de la tierra y offsets del reloj.

Conclusiones

Introducción

1. **Análisis de misión y establecimiento de la trayectoria de referencia**
 2. **Determinación precisa de órbitas**
 3. **Control orbital y diseño de maniobras que corrijan las desviaciones de la trayectoria de referencia**
- primeros pasos en la Luna y cómo los sistemas de navegación y tecnología del Apolo allanaron el camino para los viajes espaciales modernos,
 - la exploración del Sistema Solar nos ha permitido alcanzar hitos científicos y tecnológicos, y cambiado nuestra visión global de la Tierra y el universo



"En algún lugar, algo increíble está esperando ser descubierto."